Aufgabe 34. Für welche Werte von a und b ist die Matrix

$$\begin{bmatrix} 2 & b+a & -b+a & 0 \\ b+a & 2 & 0 & -b+a \\ -b+a & 0 & 2 & b+a \\ 0 & -b+a & b+a & 2 \end{bmatrix}$$

positiv definit?

Aufgabe 35. Sei V eine Vektorraum mit Skalarprodukt und $v_1, v_2, \ldots, v_m \in V$. Zeige, daß

$$\operatorname{rank} \operatorname{Gram}(v_1, v_2, \ldots, v_m) = \dim \mathcal{L}(\{v_1, v_2, \ldots, v_m\})$$

Aufgabe 36. Sei

$$U = \left\{ x \in \mathbb{R}^5 \mid \begin{array}{rl} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 & = 0 \\ x_1 + x_3 + x_5 & = 0 \end{array} \right\}$$

ein Unterraum des $\mathbb{R}^5$ und $v = (1, -1, 1, -1, 1)^t$.

(a) Berechne die Orthogonalprojektion $\pi_U(v)$ mithilfe der Gramschen Matrix.
(b) Berechne eine Orthonormalbasis von U.
(c) Berechne $\pi_U(v)$ mithilfe dieser Orthonormalbasis.
(d) Berechne die Matrixdarstellung von π_U bezüglich der kanonischen Basis.