

Prüfung aus Mathematik 1E
07. 02. 2005
Stoffsemester: WS 2004/05
Pool A

1. (a) Man studiere das Konvergenzverhalten der Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und bestimme deren Häufungspunkte: (4 Pkt.)

$$x_n = \cos\left(\frac{n^n}{2}\right) \cdot \left(1 - \tanh \frac{n}{\ln n}\right)$$

- (b) Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten folgender Reihe: (4 Pkt.)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \sin\left(\frac{k^2 + 2}{k + 2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \arctan \sqrt{k}\right)^{2k}$$

2. Für welche Werte von α besitzt folgendes Gleichungssystem (i) genau eine Lösung, (ii) keine Lösungen oder (iii) unendlich viele Lösungen? Geben sie alle möglichen Lösungen an! (7 Pkt.)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \alpha \\ 2 & \alpha & 1 & 1 \end{array} \right)$$

3. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale: (4 Pkt.)

(a)

$$\int_0^1 \frac{x - 2}{\cosh^2 x} dx$$

(5 Pkt.)

(b)

$$\int_0^1 \frac{\ln 2}{4^x + 2^x - 12} dx$$

4. Gegeben seien die folgenden Vektoren:

$$v_1 = (1, 2, -2)^T, v_2 = (-1, -1, 1)^T, v_3 = (1, -1, 1)^T.$$

- (a) Bestimmen Sie die Dimension des Untervektorraumes U , der von den Vektoren v_1, v_2, v_3 aufgespannt wird und geben Sie eine Basis von U an. (3 Pkt.)

- (b) Berechnen Sie eine Orthonormalbasis von U . (3 Pkt.)

5. Diskutieren Sie die folgende Funktion. Gefragt sind: *Definitionsbereich, Stetigkeitsbereich, Nullstellen, Differenzierbarkeit, lokale Extrema, Wendepunkte, Randverhalten, Monotonie, Konvexität, Skizze* (10 Pkt.)

$$f(x) = \frac{1}{|x|} \cdot e^{2|x|}$$

ALLE ZWISCHENSCHRITTE SIND ANZUGEBEN!