

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Prüfung aus Mathematik 1E**18. 11. 2005****Stoffsemester: WS 2004/05**

1. (a) Zeigen Sie, daß die folgende rekursiv gegebene Folge konvergiert und bestimmen Sie ihren Grenzwert: (4 Pkt.)

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad \forall n \in \mathbb{N} : a_{n+1} = a_n^2 + \frac{1}{4}.$$

- (b) Überprüfen Sie das Konvergenzverhalten der folgenden Reihe: (6 Pkt.)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n + n^3) \cdot 2n(n-1)}{5^n}$$

2. Bestimmen Sie das Interpolationspolynom vom Grad 3 für folgende Stützstellen: (4 Pkt.)

x	-1	0	1	2
$f(x)$	0	1	6	21

3. Berechnen Sie folgendes unbestimmtes Integral: $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+4x+5}} dx$ (5 Pkt.)

4. Diskutieren Sie die folgende Funktion. Gefragt sind *Definitionsbereich, Stetigkeitsbereich, Nullstellen, Differenzierbarkeit, lokale Extrema, Art der Extrema, Randverhalten, Monotonie*: (8 Pkt.)

$$f(x) = |x+1| \cdot e^{\frac{x+2}{|x+1|}}$$

5. Für welche reellen Werte von α ist die Matrix (7 Pkt.)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha & 1 \\ -1 & 1 & \alpha \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

invertierbar? Für welche Werte von α besitzt das Gleichungssystem $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ für jeden Vektor $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$ eine eindeutige Lösung? Berechnen Sie im Fall $\alpha = -2$ alle Lösungen des Gleichungssystems

$$A \cdot \vec{x} = (11, -7, 8)^T$$

6. Gegeben sei die Funktion (6 Pkt.)

$$f(x, y) = e^{x+1} - 2 \cos(\pi(x+y)) + 3xy \ln(y+3).$$

- (a) Bestimmen Sie die Richtungsableitung von $f(x, y)$ im Punkt $(1, -2)$ in Richtung $(-3, 4)$.
- (b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene von $z = f(x, y)$ im Punkt $(-1, -2)$.

ALLE ZWISCHENSCHRITTE SIND ANZUGEBEN!