

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Prüfung aus Mathematik 1E
06. 02. 2006
Stoffsemester: WS 2005/2006
Gruppe B

1. (a) Überprüfen Sie das Konvergenzverhalten der Folge (3 P.)

$$a_n = \sin\left(\frac{n^3 + 1 + 2^n}{\sqrt{n+2}}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\pi} \operatorname{arccot}\left(\ln \frac{1}{n}\right)\right)$$

- (b) Überprüfen Sie das Konvergenzverhalten der folgenden Reihe: (4 P.)

$$\sum_{n \geq 1} \cos\left(\frac{n^2}{2}\right) \frac{(n^2 + 1) \cdot 2^n}{(n+1)! \cdot \sqrt{n}}$$

2. Berechnen Sie das folgende Integral: (8 P.)

$$\int_0^1 \frac{3^x - 1}{3^{3x} - 2 \cdot 3^{2x} - 2^3 \cdot 3^x} dx$$

3. Für welche Werte von $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die folgende Matrix A invertierbar? Lösen Sie in (9 P.)
Abhängigkeit von α das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & \alpha + 1 \\ -1 & \alpha & 0 \\ 0 & 2\alpha & 1 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha - 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4. Bestimmen Sie zu (3 P.)

$$f(x, y) = 2xy^2 - 3x^2y + \ln(x)y$$

die Richtungsableitung in Richtung $(3, 4)^T$ im Punkt $(1, 2)$. In welcher Richtung besitzt f im Punkt $(1, 2)$ den stärksten Anstieg?

5. Diskutieren Sie die Funktion (10 P.)

$$f(x) = x \cdot \frac{|x|}{\ln(x^2)}.$$

Gefragt sind: *Definitionsbereich, Stetigkeitsbereich, allfällige Nullstellen, Differenzierbarkeit, lokale Extrema, Wendepunkte, Randverhalten, Monotonie, Skizze.*

6. Bestimmen Sie den folgenden Grenzwert: (5 P.)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cot x)^{1 - \cos(x)}$$

ALLE ZWISCHENSCHRITTE SIND ANZUGEBEN!