

Prüfung aus Mathematik 2E
13. 10. 2006
Stoffsemester: SS 2006

1. Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem:

(10 P.)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - y + z + e^{-2t} \\ \dot{y} &= 2y - z - e^{-2t} \\ \dot{z} &= 2x + 2y - z\end{aligned}$$

mit $x(0) = y(0) = 0$ und $z(0) = 1$.

2. Eine Speditionsfirma benötigt für das Beladen ihrer LKW's mindestens zwei Stunden. Man betrachte die zufällige Beladezeit T eines LKW's mit folgender Dichtefunktion (in Stunden) (10 P.)

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(t-2)}, & \text{für } t \geq 2 \\ 0, & \text{für } t < 2 \end{cases},$$

wobei der Parameter $\lambda > 0$ unbekannt ist.

- (a) Zeigen Sie, daß $f(t)$ tatsächlich eine Dichtefunktion ist.
 (b) Eine Stichprobe vom Umfang $n = 20$ ergab folgende Werte (in Stunden):

2.3, 2.9, 5.2, 2.1, 3.6, 4.9, 5.9, 2.2, 2.7, 4.3
 3.7, 4.8, 2.5, 5.4, 2.5, 3.9, 4.6, 2.6, 3.2, 2.7

Bestimmen Sie einen Schätzer für den Parameter λ . Überprüfen Sie sodann mittels des χ^2 -Tests die Hypothese, daß die Beladezeit T obige Dichtefunktion mit dem berechneten Schätzwert als Parameter λ zutrifft. ($\alpha = 0.05$) Verwenden Sie dazu die folgenden Intervalle zur Einteilung obiger Stichprobenwerte:

$(-\infty; 2.5], (2.5; 3.0], (3.0; 4.0], (4.0; 5.0], (5.0; \infty)$.

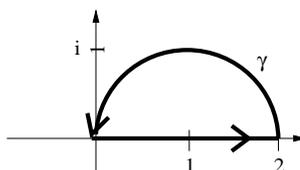
3. Im Lager eines Elektronikhändlers befinden sich 800 mit dem Auge nicht unterscheidbare elektronische Bauteile, die aber aus vier verschiedenen Produktionsserien stammen. Bei jeder dieser Produktionen ist die Lebensdauer der produzierten elektronischen Bauteile exponentialverteilt. Für die Bauteile aus der ersten Produktionsserie (von denen insgesamt 200 im Lager sind) beträgt die mittlere Lebensdauer 1500 Tage, aus der zweiten (150 im Lager) beträgt sie 2100 Tage, aus der dritten (100 im Lager) beträgt sie 2500 Tage, und aus der vierten Produktionsserie (davon 350 Bauteile im Lager) beträgt die mittlere Lebensdauer 3000 Tage. (10 P.)

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Bauteil wenigstens 2400 Tage lang funktioniert?
 (b) Eine zufällig ausgewähltes Bauteil funktioniert nach 2400 Tagen noch immer. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Bauteil aus der ersten Produktionsserie kommt?
 (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass drei zufällig entnommene Bauteile aus der selben Produktionsserie stammen?

4. Berechnen Sie folgende komplexe Integrale entlang des skizzierten Weges γ :

(10 P.)

$$\int_{\gamma} \frac{9\bar{z} - 3}{2z + 1} dz \quad \text{sowie} \quad \int_{\gamma} \frac{z}{z^2 - iz - \frac{5}{4}} dz$$



ALLE ZWISCHENSCHRITTE SIND ANZUGEBEN!