Name: ____________________ Matrikelnummer: ____________

Prüfung aus Mathematik A für Elektrotechnik
23. 03. 2007
Stoffsemester: WS 2006/2007

---

1. Gegeben ist folgende Matrix (10 Pkt.)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & 1 \\ \beta & 1 & 2 \\ 1 & 2\alpha & 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Für welche Werte von $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ sind die Zeilen von A linear unabhängig?

   (b) Sei $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$ gegeben. Für welche Werte von $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ besitzt das Gleichungssystem $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ eine eindeutige Lösung?

   (c) Seien nun $\alpha = -1$ und $\beta = 2$. Bestimmen Sie alle Lösungen des Gleichungssystems $A \cdot \vec{x} = (0, 3, -1)^t$.

2. Berechnen Sie die Koeffizienten des Interpolationspolynoms $p(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ zu folgenden Stützstellen. Ist das Ergebnis eine eindeutige Lösung? (5 Pkt.)

x_i	-2	-1	0	1	2
$p(x)$	4	0	3	6	0

3. (a) Untersuchen Sie die komplexe Folge $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert: (3 Pkt.)

$$z_n = \frac{(n^2-1)(1+i) - n^3(2+i)}{(n^3-2n+2)\,(i-1)}$$

   (b) Untersuchen Sie folgende Reihe auf ihr Konvergenzverhalten: (4 Pkt.)

$$\sum_{n=3}^{\infty} (n-1)^3 \frac{\cos(n\pi)}{(n-2)^4}$$

4. Diskutieren Sie die Funktion (10 Pkt.)

$$f(x) = \frac{x^2+1}{e^{|x-1|}}.$$

   Gefragt sind: *Definitionsbereich, Stetigkeitsbereich, Nullstellen, Differenzierbarkeit, lokale Extrema, Wendepunkte, Randverhalten, Monotonie, Skizze.*

5. Untersuchen Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung! (8 Pkt.)

   (a) Wenn die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergeriert, konvergiert auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(-1)^n$.

   (b) Jede injektive Funktion ist *entweder* monoton wachsend *oder* fallend.

   (c) Eine stetige, differenzierbare Funktion $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ mit $f(0) = 0$ besitzt immer einen Punkt $x_0 \in [0,1]$ mit $f'(x_0) = f(1)$.

   (d) Sei $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$. Dann besitzt das Gleichungssystem $A\vec{x} = (1,1,1)^t$ genau dann eine eindeutige Lösung, wenn 0 kein Eigenwert von A ist.

ALLE ZWISCHENSCHRITTE SIND ANZUGEBEN!