

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Prüfung aus Mathematik A für Elektrotechnik
11. 05. 2007
Stoffsemester: WS 2006/2007

1. Gegeben seien die Vektoren (10 Pkt.)

$$\vec{u} = (1, -1, 0)^t, \quad \vec{v} = (1, 0, 1)^t, \quad \vec{w} = (-1, -3, -4)^t.$$

- (a) Berechnen Sie eine Orthonormalbasis für den von den Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ aufgespannten Untervektorraum U . Was ist die Dimension von U ?
- (b) Projizieren Sie den Vektor $\vec{p} = (2, 1, -1)$ auf U .
- (c) Geben Sie die Gleichung der Ebene an, die von den Vektoren \vec{u} und \vec{v} aufgespannt wird.

2. Bestimmen Sie folgenden Grenzwert: (6 Pkt.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(x) - \sin(3x)}{3 \tan(x) - \tan(3x)}.$$

3. Zeigen Sie, daß folgende rekursiv gegebene Folge beschränkt und monoton ist und bestimmen Sie den Grenzwert: (8 Pkt.)

$$a_1 = 1; \quad a_n = \sqrt{a_{n-1} + 2} \text{ für } n \geq 2.$$

4. Diskutieren Sie die Funktion (10 Pkt.)

$$f(x) = \frac{x^2 - |x| - 1}{|x| + 3}.$$

Gefragt sind: *Definitionsbereich, Stetigkeitsbereich, Nullstellen, Differenzierbarkeit, lokale Extrema, Wendepunkte, Randverhalten, Monotonie, Skizze.*

5. Untersuchen Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung! (6 Pkt.)

- (a) Wenn $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist, so konvergiert $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- (b) Die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 : (x, y, z) \mapsto (xy, y + z, x - z)$ ist linear.
- (c) Seien A, B $n \times n$ -Matrizen mit $\det(A \cdot B) = 0$. Dann ist A oder B nicht invertierbar.
- (d) Seien v_1, \dots, v_k Vektoren in \mathbb{R}^n und U der von ihnen aufgespannte Untervektorraum. Dann ist $\dim U = k$.
- (e) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine zweimal differenzierbare Funktion mit $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$. Dann liegt an der Stelle x_0 ein Wendepunkt vor.
- (f) Sei $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine beliebig oft differenzierbare Funktion und sei $T_{g,0}(x)$ die zu g gehörige Taylorreihe um $x_0 = 0$. Dann gilt $T_{g,0}(x) = g(x)$.

ALLE ZWISCHENSCHRITTE SIND ANZUGEBEN!