

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Prüfung aus Mathematik A für Elektrotechniker
19. 10. 2007
Stoffsemester: WS 2006/2007

1. Gegeben seien die Vektoren (12 Pkt.)

$$\vec{u} = (1, 2, 3)^t, \quad \vec{v} = (-1, 2, 1)^t, \quad \vec{w} = (\beta, 2, 1)^t.$$

- (a) Für welche Werte $\beta \in \mathbb{R}$ sind die drei Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ linear abhängig?
- (b) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis des von den Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ aufgespannten Untervektorraumes U .
- (c) Projizieren Sie den Vektor $(2, -1, 1)$ orthogonal auf den Untervektorraum U .
- (d) Bestimmen Sie die Gleichung der Ebene, welche durch die Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ aufgespannt wird.

2. Berechnen Sie das Interpolationspolynom $p(x)$ vom Grad 3 zu folgenden Stützstellen: (5 Pkt.)

x_i	-1	0	1	2
$p(x)$	2	2	0	1

Ist das berechnete Polynom eindeutig?

Hinweis: Das Polynom ist in der Form $a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ anzugeben.

3. Untersuchen Sie folgende Reihen auf ihr Konvergenzverhalten: (8 Pkt.)

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + \cos(n^2)}{2^n} \qquad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^3 + 1}$$

4. Diskutieren Sie die Funktion (10 Pkt.)

$$f(x) = \frac{|x| - 2}{\sqrt{x + 2}}.$$

Gefragt sind: *Definitionsbereich, Stetigkeitsbereich, Nullstellen, Differenzierbarkeit, lokale Extrema, Wendepunkte, Randverhalten, Monotonie, Skizze.*

5. Untersuchen Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung! (5 Pkt.)

- (a) Wenn eine Folge nicht konvergiert, so besitzt sie mindestens zwei Häufungspunkte.
- (b) Die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: (x, y, z) \mapsto (\sqrt{x}, \sqrt{y}, x + z)$ ist linear.
- (c) Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. 0 ist genau dann ein Eigenwert von A , wenn $\det(A) \neq 0$.
- (d) Jede stetige, injektive Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist differenzierbar.
- (e) Jede differenzierbare Funktion $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist auf $\mathbb{R}$ stetig.

ALLE ZWISCHENSCHRITTE SIND ANZUGEBEN!