Name: ______________________ Matrikelnummer: ______________

Prüfung aus Mathematik A für Elektrotechniker
04. 02. 2008
Stoffsemester: WS 2007/2008

---

1. Sei $\alpha \in \mathbb{R}$. Man betrachte

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & \alpha \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -\alpha \end{pmatrix}$$

Für welche Werte von α ist die Matrix A invertierbar? Bestimmen Sie alle Lösungen des Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{b}$ in Abhängigkeit vom Parameter α. (10 Pkt.)

2. Bestimmen Sie die Dimension des Unterraumes U, der aufgespannt wird von (5 Pkt.)

$$\vec{v}_1 = (4,\, 0,\, 2,\, -2)^t, \quad \vec{v}_2 = (-1,\, 2,\, 0,\, -1)^t, \quad \vec{v}_3 = (1,\, 6,\, 2,\, -5)^t.$$

3. Berechnen Sie das Interpolationspolynom $p(x)$ vom Grad 3 zu folgenden Stützstellen: (5 Pkt.)

x_i	-2	-1	0	1
$p(x)$	1	0	2	1

Ist das berechnete Polynom eindeutig?
Hinweis: Das Polynom ist in der Form $a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ anzugeben.

4. Zeigen Sie, dass die gegebene rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, und bestimmen Sie Ihren Grenzwert: (8 Pkt.)

$$a_1 = 2, \quad a_n = 2\sqrt{a_{n-1} + 3} \text{ für } n \geq 2.$$

5. Diskutieren Sie die Funktion (7 Pkt.)

$$f(x) = \frac{e^{x+2}}{x+1}.$$

Gefragt sind: *Definitionsbereich, Stetigkeitsbereich, Nullstellen, Differenzierbarkeit, lokale Extrema, Wendepunkte, Verhalten für $x \to \pm\infty$.*

6. Untersuchen Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung! (5 Pkt.)

   (a) Wenn $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ eine Nullstelle eines Polynoms p mit reellen Koeffizienten ist, dann ist auch $\bar{z}$ eine Nullstelle von p.

   (b) Die Reihe $\sum_{n\geq 0} a_n$ konvergiert, falls a_n eine Nullfolge ist.

   (c) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit $f'(x_0) = 0$. Dann besitzt f an der Stelle x_0 ein Maximum oder Minimum.

   (d) Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mit $\det(A) \neq 0$. Dann sind die Zeilen von A linear unabhängig.

   (e) Wenn $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig ist und $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar ist, so ist $f_1 \circ f_2$ stetig.

ALLE ZWISCHENSCHRITTE SIND ANZUGEBEN!