

Mathematik B (ET) Sommersemester 2019

12. Übungsblatt (13.6.2019)

Beispiel 66. Verwenden Sie den Satz von Gauß, um das Integral

(3 Pkt.)

$$\iint_B \operatorname{div} \left(\begin{pmatrix} \sqrt{1+xy} - 1 \\ (1-x)\sqrt{1+y^2} \end{pmatrix} \right) dx dy$$

zu berechnen, wobei B die Dreiecksfläche mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 1)$ und $(0, 1)$ ist.

Beispiel 67. Bestimmen Sie die Lösungen der Anfangswertprobleme

(je 2 Pkt.)

- (a) $y' \tan(y) = \cos\left(\frac{x}{2}\right) \cos(y)$, $y(\pi) = \pi$;
(b) $(x^2 - 1)y' - 2y = 0$, $y(2) = 1$.

Beispiel 68. Lösen Sie das Anfangswertproblem

(3 Pkt.)

$$y' = x^7 y^3 - 2 \frac{y}{x}, \quad y(1) = -2$$

mit Hilfe der Substitution $z(x) = x^2 y(x)$.

Beispiel 69. Lösen Sie das Anfangswertproblem

(3 Pkt.)

$$y = xy' + x^3 e^{-x} \frac{\sqrt{1 + \frac{y^2}{x^2}}}{y}, \quad y(1) = -1$$

mit Hilfe der Substitution $z(x) = \frac{y(x)}{x}$.

Beispiel 70. Ermitteln Sie alle Lösungen der Bernoullischen Differentialgleichung

(3 Pkt.)

$$2 \frac{y'}{x} + 3xy + 2e^{(x^3)} y^3 = 0.$$

Beispiel 71. Setzen Sie in der Differentialgleichung

(3 Pkt.)

$$x^3 y''' + x^2 y'' - 6xy' + 6y = 0$$

den Ansatz $y(x) = x^a$ (mit $a \in \mathbb{R}$ konstant) ein und ermitteln Sie, für welche Werte von a die Differentialgleichung erfüllt ist. Prüfen Sie anschließend, ob die so erhaltenen Funktionen ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung bilden.