

Mathematik B (ET) Sommersemester 2019

4. Übungsblatt (28.3.2019)

Beispiel 19. Ermitteln Sie die Integrale

(3 Pkt.)

$$\int \frac{42}{\sqrt{9x^2 - 12x + 8}} dx, \quad \int \frac{2}{\sqrt{x^2 + 6x - 7}} dx$$

durch quadratische Ergänzung des Polynoms unter der Wurzel.

Beispiel 20. Berechnen Sie eine Stammfunktion von

(3 Pkt.)

$$\frac{12}{x^2 + 2x - 8}$$

auf zwei Arten: Einmal durch quadratische Ergänzung des Nenners und einmal per Partialbruchzerlegung.

Beispiel 21. Bestimmen Sie das Integral

(3 Pkt.)

$$\int \frac{4x^3 - 4x^2 + 3x + 51}{x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 2x - 6} dx$$

mit Hilfe von Partialbruchzerlegung.

Beispiel 22. Ermitteln Sie die Integrale

(3 Pkt.)

$$\int \frac{x^4 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx, \quad \int \frac{3x^3 + 12x}{x^3 - 4x} dx.$$

Beispiel 23. Berechnen Sie die Integrale

(3 Pkt.)

$$\int \frac{1}{1 + \cos(x)} dx, \quad \int \frac{12}{2 \sin(x) - 9 \cos(x) - 7} dx$$

mit Hilfe der Substitution $u = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$.

Beispiel 24. Berechnen Sie die Bogenlänge $s(t)$ der logarithmischen Spirale

(3 Pkt.)

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{t}{2\pi}\right) \sin(t) \\ \exp\left(\frac{t}{2\pi}\right) \cos(t) \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Stellen Sie im Anschluss daran t in Abhängigkeit von s dar und setzen Sie dies in $\vec{x}(t)$ ein, um die Parametrisierung $\vec{x}(s)$ zu erhalten.

Beispiel 25. Berechnen Sie die Bogenlänge $s(t)$ der Kurve

(3 Pkt.)

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}t^2 - t \\ \frac{4}{3}t^{3/2} \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 1].$$

Stellen Sie im Anschluss daran t in Abhängigkeit von s dar und setzen Sie dies in $\vec{x}(t)$ ein, um die Parametrisierung $\vec{x}(s)$ zu erhalten.