Mathematik B (ET) Sommersemester 2019

6. Übungsblatt (11.4.2019)

Beispiel 31. Berechnen Sie die folgenden Integrale, falls sie konvergent sind. Zeigen Sie anderenfalls deren Divergenz. **(je 2 Pkt.)**

$$\text{(a)} \quad \int_{-1}^{1} \ln|x|\,dx, \qquad\qquad \text{(b)} \quad \int_{-2}^{-1} \frac{1}{(1+x)\sqrt{2+x}}\,dx.$$

Beispiel 32. Untersuchen Sie die Integrale **(2 Pkt.)**

$$\int_{-\infty}^{0} \frac{e^{2/x}}{x^2}\,dx, \qquad\qquad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{2/x}}{x^2}\,dx$$

auf Konvergenz und geben Sie gegebenenfalls den Wert des Integrals an.

Beispiel 33. Man betrachte für die Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ die Integrale **(3 Pkt.)**

$$V = \pi \int_{1}^{\infty} (f(x))^2\,dx, \qquad\qquad F = 2\pi \int_{1}^{\infty} f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx.$$

Berechnen Sie die Werte von V und F, falls sie konvergieren, anderenfalls zeigen Sie deren Divergenz.

Bemerkung: Lässt man den Graph von f für $x \geq 1$ um die x-Achse rotieren, dann ist V das eingeschlossene Volumen und F der Oberflächeninhalt.

Beispiel 34. Untersuchen Sie, an welchen Stellen die Funktion **(2 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ \frac{x^2+xy-y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{sonst} \end{cases}$$

stetig ist.

Beispiel 35. Untersuchen Sie, an welchen Stellen die Funktionen **(3 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (x,y) = (0,0), \\ \frac{x^3\cos(y^2)}{x^4+y^4} & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$g(x,y) = \begin{cases} (x+y)\ln|x+y| & \text{für } x+y \neq 0, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

stetig sind.

Beispiel 36. Ermitteln Sie den größtmöglichen Definitionsbereich D der Funktion **(3 Pkt.)**

$$f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y}$$

und skizzieren Sie D. Für welche Werte $(x_0,y_0) \in \mathbb{R}^2 \setminus D$ gibt es eine stetige Funktion $g\colon D \cup \{(x_0,y_0)\} \to \mathbb{R}$, so dass $g(x,y) = f(x,y)$ für alle $(x,y) \in D$ gilt? Geben Sie ggf. den Funktionswert $g(x_0,y_0)$ an.