

Übung 55 (Bsp. 4 der Klausur von 3.12.15)

(4 pt)

Bestimmen Sie abhängig von $k \in \mathbb{R}$ den Rang der Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ k & k & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

und finden Sie abhängig von $k \in \mathbb{R}$ alle Lösungen des Gleichungssystems:

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 2k \end{pmatrix}.$$

Übung 56

(3 pt)

Finden Sie abhängig von $k \in \mathbb{R}$ alle Lösungen des folgenden linearen Systems

$$\begin{cases} x + ky + z = 1 \\ kx + y + z = 1 \\ x + y + (2 - k)z = 1 \end{cases}$$

Übung 57

Finden Sie alle Lösungen der folgenden linearen Gleichungssysteme.

(a)

(2 pt)

$$\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 2x - z = 0 \\ -x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

(b)

(2 pt)

$$\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 2x - z = 0 \\ -x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

(c)

(2 pt)

$$\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 2x - z = 3 \\ -x + y = 2 \end{cases}$$

Zeigen Sie, daß

(2 pt)

(d) $M = \{(1, 2, -1), (1, 0, 1), (1, -1, 2)\}$ keine Basis des \mathbb{R}^3 ist, und der Vektor $(-1, 0, 0)$ nicht im von M erzeugten Untervektorraum V des \mathbb{R}^3 liegt.

(e) $(-1, 0, -1) \in V$;

(f) $\{(1, 2, -1), (1, 0, 1), (1, -1, 0)\}$ eine Basis ist, und bestimmen Sie bezüglich dieser die Koordinaten des Vektors $(-1, 3, 2)$.

Bemerkung: Vergleichen Sie (d), (e) und (f) mit (a), (b) und (c)!