



11. Januar 2012

55. Berechnen Sie die Determinante zu folgender Matrix:

(3 Pkt.)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

56. Berechnen Sie die Determinante zu folgender Matrix in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$:

(4 Pkt.)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & \alpha \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Für welche Werte von α ist diese Matrix invertierbar?

57. Berechnen Sie zu folgender Matrix A die zugehörige inverse Matrix durch Umformen der erweiterten Matrix (A, I_3) :

(3 Pkt.)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

58. Berechnen Sie zu folgender Matrix A die zugehörige inverse Matrix über die Formel für die Einträge der inversen Matrix (Skript Seite D-35):

(3 Pkt.)

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

59. Begründen Sie, daß eine Matrix $A = (a_{i,j})_{1 \leq i,j \leq 2} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ genau dann invertierbar ist, wenn $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} \neq 0$. Zeigen Sie, daß in diesem Fall dann die inverse Matrix gegeben ist durch

(3 Pkt.)

$$\frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}.$$

60. Bestimmen Sie zu folgenden Matrizen die Eigenwerte und zugehörigen Eigenräume, sowie die algebraischen und geometrischen Vielfachheiten der Eigenwerte:

(je 4 Pkt.)

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (b) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad (c) \begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & -6 & 1 \end{pmatrix}, \quad (d) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

61. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit Hilfe der Cramer'schen Regel:

(4 Pkt.)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$