

Übung 5 Rechnen Sie die Beträge der folgenden komplexen Zahlen aus und schreiben Sie sie dann in Polarkoordinaten.

(a) (2 pt)

$$z = \frac{4i}{\sqrt{3} + i};$$

(b) (2 pt)

$$z = \frac{1}{3 + 3i}.$$

Übung 6

Lösen Sie die folgenden komplexen Gleichungen.

(a) $z^4 + 2z^2 + 4 = 0$; (2 pt)

(b) $z\bar{z} - z + \frac{i}{4} = 0$; (3 pt)

(c) $2|z| - 2z + i = 0$. (3 pt)

Übung 7

Berechnen Sie die folgenden Wurzeln und zeichnen Sie sie auf der komplexen Zahlenebene.

(a) $\sqrt[5]{-i}$; (2 pt)

(b) $\sqrt[5]{1 - \sqrt{3}i}$; (2 pt)

(c) $\sqrt[5]{\frac{-2}{1 - \sqrt{3}i}}$. (3 pt)

Übung 8

Entscheiden Sie, ob die folgenden Folgen $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ beschränkt, monoton wachsend oder fallend sind. Dann betrachten Sie für jede Folge $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ die Mengen reeller Zahlen $A = \{a_n, n \in \mathbb{N}\}$ und finden Sie sup und inf sowie max und min, wenn sie existieren.

(a) $a_n = \frac{n^3}{n^3+1}$; (3 pt)

(b) $a_n = (-2\pi)^n$; (2 pt)

(c) $a_n = a_{n-1}^2 - 1$, mit $a_1 = 0$; (2 pt)

(d) $a_n = a_{n-1}^2$, mit $a_1 = \frac{1}{2}$. (3 pt)

Übung 9

Sei

$$a_n = \frac{2^{n-1}}{n!}.$$

(a) Ist $\{a_n\}$ beschränkt? *Hinweis:* Verwenden Sie die Aufgabe 3b des ersten Blatts. (2 pt)

- (b) Berechnen Sie a_{n+1}/a_n und entscheiden Sie, ob $\{a_n\}$ monoton ist. (2 pt)
(c) Zeigen Sie, daß $a_n \leq \frac{2}{n}$. *Hinweis:* Schreiben Sie (3 pt)

$$a_n = \frac{2^{n-1}}{n!} = \frac{\overbrace{2 \cdot 2 \cdots 2}^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n} = 1 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdots \frac{2}{n} \cdots$$

- (d) Bestimmen Sie sup und inf sowie max und min, wenn die Letztgenannten existieren, der Menge $A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ (3 pt).