Übung 16

Entscheiden Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren.

(a) $\sum_{n\geq 1} \frac{\sin(n^2)}{2(-1)^n}$; (2 pt)

(b) $\sum_{n\geq 1} \frac{(3)^{n^2}}{(n!)^n}$; (2 pt)

(c) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{5^n}\left(\frac{n+2}{n}\right)^{n^2}$; (3 pt)

(d) $\sum_{n\geq t} \frac{n+\alpha}{n^2-\beta}$, wobei $\alpha, \beta > 0$ und $t \in \mathbb{N}$ ist sodaß $t^2 - \beta > 0$; (3 pt)

(e) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{\binom{4n}{3n}}$, wobei $\binom{k}{h} = \frac{k!}{h!(k-h)!}$. (3 pt)

Übung 17 (3 pt)

Für welche $z \in \mathbb{C}$ ist die Reihe $\sum_{n\geq 1} \frac{z^n}{n!}$ konvergent?

Übung 18

Entscheiden Sie, ob die folgenden Reihen konvergent und absolut konvergent sind.

(a) $\sum_{n\geq 1} \frac{\cos(\pi n)}{n^2}$; (2 pt)

(b) $\sum_{n\geq 1} \frac{-(-1)^{n^6} n\cdot 2^n}{3^n+n^2+1}$; (3 pt)

(c) $\sum_{n\geq 3} \frac{\sin(\cos(n^{n!})+n^n)}{(n-2)^n}$; (3 pt)

(d) $\sum_{n\geq 1} \frac{n^\alpha}{n!}$, $\alpha \in \mathbb{R}$; (2 pt)

(e) $\sum_{n\geq 1} \frac{\alpha^n}{n!}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. (2 pt)

Übung 19 (4 pt)

Sei

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n+(-1)^n}.$$

Zeigen Sie, daß $\sum_{n\geq 2} a_n$ konvergiert. *Hinweis:* Überprüfen Sie, daß

$$a_n = (-1)^n \frac{n}{n^2-1} - \frac{1}{n^2-1}.$$

Dürfen Sie das Leibniz-Kriterium hier benutzen? Warum?

Übung 20

Zeigen Sie, daß die folgenden Reihen konvergieren und finden Sie Ihre Summen.

(a) $\sum_{n\geq 1} \frac{n}{(n+1)!}$. *Hinweis:* $\frac{n}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$; (3 pt)

(b) $\sum_{n\geq 1} (\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}})$; (3 pt)

(c) $\sum_{n\geq 2} (\frac{\sqrt[n]{\pi}}{\sqrt[n]{4}})^{n^2}$; (3 pt)