

Übung 28

(3 pt)

Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die folgende Reihe konvergent/absolut konvergent?

$$\sum_{n \geq 1} \frac{3^n x^n}{n}$$

Übung 29

(3 pt)

Seien x_1, \dots, x_n n reelle Zahlen mit der Eigenschaft $|x_i| < 1$, für jedes $i = 1, \dots, n$. Zeigen Sie, daß es kein Polynom

$$p(x) = x^n + nx^{n-1} + a_{n-2}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$$

gibt, dessen Nullstellenmenge $\{x_1, \dots, x_n\}$ ist.**Übung 30**

Finden Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x^3-1};$ (2 pt)

(b) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-1}};$ (3 pt)

(c) $f(x) = \frac{\sqrt[4]{x^3+x-2}}{x^4-2x^2+1}.$ (3 pt)

Übung 31

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der folgenden rationalen Funktionen.

(a) $f(x) = \frac{3x}{x^3-1};$ (3 pt)

(b) $f(x) = \frac{x^3+x-1}{x^2(x^2+1)};$ (2 pt)

(c) $f(x) = \frac{5x+4}{x^2-4};$ (2 pt)

(d) $f(x) = \frac{9x+8}{x^3+x^2+x+1}.$ (3 pt)

Übung 32

Berechnen Sie die Division mit Rest der folgenden Polynome.

(a) $\frac{x^3+x^2-5}{\frac{x}{2}+1};$ (2 pt)

(b) $\frac{x^4-\frac{3}{2}x+1}{x^2-1}.$ (2 pt)

Übung 33

(3 pt)

Seien $x_0 = 1$, $x_1 = 2$, $x_2 = -3$, $x_3 = 0$ und $f(x_0) = -1$, $f(x_1) = 0$, $f(x_2) = \pi$, $f(x_3) = -3$. Bestimmen Sie das Polynom $p(x)$ des kleinsten Grades, sodaß $p(x_i) = f(x_i)$, für $i = 0, \dots, 3$.

Übung 34

(3 pt)

Seien $x_0 = 1$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ und $f(x_0) = -1/2$, $f(x_1) = -1$, $f(x_2) = -3/2$. Bestimmen Sie das Polynom $p(x)$ des kleinsten Grades, sodaß $p(x_i) = f(x_i)$, für $i = 0, 1, 2$. Was ist der Grad von $p(x)$? Warum?