

**Übung 35**

Entscheiden Sie, ob die folgenden Reihen konvergent/absolut konvergent sind.

$$(a) \sum_{n \geq 1} \frac{n! \cdot \left( \frac{1}{2} - \sin\left(\frac{\pi(1+30^n n)}{6}\right) \right)}{3^n}; \quad (3 \text{ pt})$$

$$(b) \sum_{n \geq 1} \frac{\arctan(n!)}{\ln(3^n)}; \quad (3 \text{ pt})$$

$$(c) \sum_{n \geq 2} \frac{\arccos\left(\frac{1}{n}\right)}{\cos(n^3 \pi) \ln(2^n)}. \quad (3 \text{ pt})$$

**Übung 36**

(2 pt)

Zeigen Sie, daß  $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$  beschränkt ist und für jedes  $x \in \mathbb{R}$

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

gilt.

**Übung 37**

Finden Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen und bestimmen Sie die Intervalle, auf denen die Funktion positiv ist.

$$(a) f(x) = \frac{\ln(x)e^{\frac{x}{|x-2|}}}{x^2-1}; \quad (3 \text{ pt})$$

$$(b) f(x) = \ln(\sin(x)); \quad (3 \text{ pt})$$

$$(c) f(x) = \frac{\sqrt{\arctan\left(e^{\frac{x^2}{x+1}}\right)}}{\cosh\left(\frac{x}{x-1}\right)}. \quad (3 \text{ pt})$$

**Übung 38**

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der folgenden rationalen Funktionen.

$$(a) f(x) = \frac{3x+2}{x^4-1}; \quad (2 \text{ pt})$$

$$(b) f(x) = \frac{x^2-2}{x^4+x^2-2x}. \quad (2 \text{ pt})$$

**Übung 39**

Berechnen Sie die folgenden Zahlen, wenn es möglich ist.

$$(a) \arcsin(\sin(\frac{5\pi}{6})), \quad \arcsin(\cos(\frac{\pi}{6})); \quad (2 \text{ pt})$$

$$(b) \arctan(\cos(3\pi)), \quad \tan(\arcsin(1)); \quad (2 \text{ pt})$$

$$(c) \arctan(\cosh(0)), \quad \arccos(\sin(\arctan(-1))). \quad (2 \text{ pt})$$

### Übung 40

Sind die folgenden Folgen konvergent? Falls ja, bestimmen Sie den Limes.

(a) (3 pt)

$$a_n = \frac{\cos(n^2\pi) \left(1 + \frac{\arctan(n)}{n}\right)^n}{(-1)^n \left(\sum_{k=0}^n \frac{(\pi/2)^k}{k!}\right)};$$

(b)  $a_n = \arccos\left(\frac{e^n}{e^n+1}\right)$ . (2 pt)