Übung 75 (3 pt)

Bestimmen Sie die Werte der Parameter $a, b \in \mathbb{R}$, damit die folgende Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+a}{2}, & x > 0; \\ b, & x = 0; \\ b\ln(1+|x|), & x < 0. \end{cases}$$

stetig und differenzierbar ist.

Übung 76

Zeigen Sie, daß die folgenden Funktionen eine hebbare Unstetigkeitstelle bei $x = 0$ haben. Beheben Sie die Unstetigkeitsstellen und prüfen Sie, ob die entstehenden Funktionen auch differenzierbar sind.

(a) $f(x) = \exp(-\frac{1}{x^2})$; (3 pt)

(b) $f(x) = \dfrac{\arctan(x^4 - x^2)}{x}$. (3 pt)

Übung 77 (3 pt)

Zeigen Sie, daß die Funktion $f(x) = \arcsin(x) + \arccos(x)$ konstant auf ihrem Definitionsbereich ist.

Übung 78

Finden Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen bestimmen Sie die Punkte, an denen sie nicht differenzierbar sind.

(a) $f(x) = |x^3 - x^2|$; (2 pt)

(b) $f(x) = |\ln(x)| + x$; (2 pt)

(c) $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 1}$; (2 pt)

(c) $f(x) = \cos(\sqrt{|x|})$. (2 pt)

Übung 79

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de L'Hospital.

(a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\log(1+\sin(x))}{\sin(2x)}$; (2 pt)

(b) $\lim_{x\to 0}(e^x + x)^{1/x}$; (2 pt)

(c) $\lim_{x\to +\infty} x(\dfrac{\pi}{2} - \arctan(x))$; (2 pt)

(d) $\lim_{x\to 1^-} \frac{\arcsin(x)-\pi/2}{\sqrt{1-x}}$. (2 pt)

Übung 80 (4 pt)

Sei $f(x) = \frac{x^2}{\ln(|x|)-1}$. Finden Sie deren Definitionsbereich $D(f)$. Rechnen Sie die Grenzwerte aus. Untersuchen Sie die Stetigkeit von $f(x)$ und bestimmen Sie die Ableitung $f'(x)$. Finden Sie die Punkte x, auf denen $f'(x) = 0$. Fertigen Sie eine Skizze an.

Übung 81 (2 pt)

Sei

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

In VO wurde gezeigt, daß $f(x)$ auf $\mathbb{R}$ differenzierbar ist. Ist $f'(x)$ eine stetige Abbildung?