Übung 82

Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen auf ihrem Definitionsbereich Extrema besitzen. Falls ja, bestimmen Sie sie.

(a) $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = \dfrac{1}{x}$; (2 pt)

(b) $f : (-1, 1) \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = x^3 + 1$; (2 pt)

(c) $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = x^4 + 1$; (2 pt)

(d) $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = \exp\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$; (2 pt)

(e) $f : D(f) \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$; (2 pt)

(f) $f : D(f) \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = \dfrac{\log(-1 + |x|)}{x}$; (2 pt)

(g) $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = \arctan\left(\dfrac{1}{x}\right)$. (2 pt)

Übung 83 (je. (4 pt))

Kurvendiskussion (Definitionsbereich, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Grenzwerte, Asymptoten, Extrema, Konkavität/Konvexität, Skizze).

(a) $f(x) = e^{\frac{|x|}{x+1}}$;

(b) $f(x) = \dfrac{|x|x + x + 1}{x^3 - 1}$;

(c) $f(x) = \dfrac{\ln(x-1) + 1}{x}$.

Übung 84

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig sind. Begründen Sie Ihre Antworten!

(a) Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Abbildung mit der Eigenschaft $f(a) = f(b)$. Dann existiert ein $x_0 \in (a, b)$ mit $f'(x_0) = 0$. (2 pt)

(b) Die Funktion $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \le 0; \\ x^2, & x > 0. \end{cases}$ ist differenzierbar bei $x = 0$, weil $\lim_{x\to 0^-} f'(x) = \lim_{x \to 0^+} f'(x) = 0$ gilt. (2 pt)

(c) Wenn $f'(x_0) = 0$, dann hat f bei $x = x_0$ ein Max oder ein Min. (2 pt)

(d) Sei $x_0 \in D(f)$ ein Extremum von f, dann muss $f'(x_0) = 0$ sein. (2 pt)