

Übung 1

Lösen Sie die folgende Ungleichung:

$$\frac{||x + 1| - 1|}{x} \geq 1.$$

Übung 2

Bestimmen Sie Infimum und Supremum sowie Maximum und Minimum, falls letztere existieren, der folgenden Mengen.

- (a) $A = \left\{ \frac{2n^4 + (-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N} \right\};$
(b) $B = \{ -x^2 + 2 \geq 0 : x \in \mathbb{Q} \}.$

Übung 3

Sei $F_0 = F_1 = 1$ und, $\forall n \geq 2$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$. Die Zahl F_n ist die n -te *Fibonacci Zahl*. Sei $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Zeigen Sie, dass (4 pt)

$$F_n \geq \phi^{n-2}, \forall n \geq 2.$$

(*Hinweis*: ϕ ist die Lösung der Gleichung $x^2 - x - 1 = 0$), außerdem gilt, dass

$$F_n F_m + F_{n-1} F_{m-1} = F_{n+m} \quad \forall n, m \geq 1.$$

Diese Zahlen erscheinen sehr häufig in der Natur. Zum Beispiel bei den Spiralen der Ananas, Kiefernzapfen, Sonnenblumen, X-Chromosom-Vererbung, etc.