

Übung 1

Zeigen Sie, dass

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

Übung 2

(Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x^2)}{(e^x - 1)^2},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x^4)}{1 - \cos(3x^2)}.$$

Übung 3

Seien $f, g : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zwei Funktionen. Sei f beschränkt und $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$. Zeigen Sie, dass

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = 0.$$

Gilt das Ergebnis, falls f nicht beschränkt ist?

Übung 4

Bestimmen Sie den Definitionsbereich $D(f)$ der Funktion $f(x)$ und die Werte von a und b , damit f auf $D(f)$ stetig ist.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+a}{x-1} & \text{falls } x < 0 \\ a + 2b & \text{falls } x = 0 \\ \frac{a \ln(1-bx)}{x} & \text{falls } x > 0 \end{cases}.$$