

### Übung 1

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

a)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos x}{\pi/2 - x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) \sin(x)}{x^2}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{\ln(2x^2+1)}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x^3}$

e)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$

f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{e^x - 1}\right)^{\frac{e^x}{\sin(x)}}$

### Übung 2

Sei  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , sodass  $f(x) = 0$  für alle  $x \in [0, 1] \cap \mathbb{Q}$  und  $f(x) = 1$  für alle  $x \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}$  die Dirichlet-Funktion. Für welche  $x$  ist  $f$  stetig?

### Übung 3

Sei  $\chi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die durch  $\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } x \in A \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$  definierte charakteristi-

sche Funktion der Menge  $A \subset \mathbb{R}$ . Bestimmen Sie die Punkte aus  $\mathbb{R}$ , für welche die Funktion  $\chi_A(x)$  NICHT stetig/rechtsseitig/linksseitig-stetig ist, und bestimmen Sie, es sich um welche Art von Unstetigkeitsstelle handelt, falls

- (a)  $A = [a, b]$ ;
- (b)  $A = (a, b)$ ;
- (c)  $A = [a, b)$ ;
- (d)  $A = (a, b]$ .