

Beispiel 1

Verifizieren Sie folgende bereits bekannte Grenzwerte mit der Regel von L'Hospital:

(a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e,$$

(b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n} = 1,$$

(c)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n q^n = 0 \quad \text{für } q < 1.$$

Beispiel 2

Beweisen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel L'Hospital:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{e^x} = 0$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x)}{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0} = 0$$

Beispiel 3

Beweisen Sie, dass $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = 1$. Kann man in diesem Fall die Regel L'Hospital anwenden?

Beispiel 4

Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist

$$f(x) = \begin{cases} x^n \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

stetig differenzierbar.

Beispiel 5

Sei $y \neq 0$. Zeigen Sie, dass aus $x^n + y^n = (x + y)^n$ folgt $x = 0$.