**Beispiel 1**

Sei $f(x) = -|x| \circ \frac{1}{x} \circ \exp[x] = \exp\left[-\left|\frac{1}{x}\right|\right]$ die Verknüpfung dreier Funktionen die nicht alle auf ganz $\mathbb{R}$ definiert sind. Welche der Funktionen ist nicht auf ganz $\mathbb{R}$ definiert. Lässt sich die Funktion zu einer auf ganz $\mathbb{R}$ definierten Funktion ergänzen. Wenn ja, ist diese Ergänzung eindeutig. Wenn wieder die Antwort "ja" ist, ist diese Ergänzung stetig? Bestimmen Sie die Definitionsbereich $D(f)$. Ist $f$ stetig für jedes $x \in D(f)$? Besitzt die Menge $\{f(x)\,|x \in D(f)\} \subset \mathbb{R}$ ein Minimum bzw. ein Maximum? Kann $f(x)$ zu einer stetigen Funktion $f^*(x)$ mit $D(f^*) = \mathbb{R}$ ergänzt werden? Wenn ja, ist diese Ergänzung eindeutig? Besitzt die Menge $\{f^*(x)\,|\,\exists x \in D(f^*)\} \subset \mathbb{R}$ ein Minimum bzw. ein Maximum?

**Beispiel 2**

Begründen Sie, oder finden Sie ein Gegenbeispiel.

(a) Die Verknüpfung zweier unstetiger Funktionen ist unstetig

(b) Jede beschränkte streng monoton wachsende Funktion, hat nur endlich viele Sprungstellen.

(c) Sei $f(x)$ eine beschränkte Funktion auf $D(f)$. Die Funktion $\frac{1}{\left[sup_{x\in D(f)} f(x)\right] - f(x)}$ ist immer unbeschränkt auf ihrem Definitionsbereich.

**Beispiel 3**

Ist die Menge $V = \{x\,|\,x = a\,\exp[\sqrt{-1}\,\phi]\,, \text{mit } a, \phi \in \mathbb{R} \,\text{und}\, a > 0\}$ mit den Verknüpfungen $x + y = a\,\exp[\sqrt{-1}\,\phi] + b\,\exp[\sqrt{-1}\,\chi] = a\,b\exp[\sqrt{-1}\,(\phi + \chi)]$ und $\lambda \cdot x = \lambda a\,\exp[\sqrt{-1}\,\phi]$ ein Vektorraum.