

Beispiel 1

Entscheiden Sie, ob die folgenden Reihen konvergent/absolut konvergent sind.

(a) $\sum_n \frac{2^n + \arctan(n^n) - \sin(n^2)}{n!};$

(b) $\sum_n \frac{2 \cos(n^2 \pi) n^2}{n^3 + n};$

Beispiel 2

Bestimmen Sie den Definitionsbereich $D(f)$ der folgenden Funktionen und die Intervalle, auf denen sie positiv und stetig sind. Dann rechnen Sie die Grenzwerte für $x \rightarrow \pm\infty$ und die für $x \rightarrow x_0^\pm$, $x_0 \notin D(f)$ aus. Finden Sie auch deren Asymptoten.

(a) $f(x) = \frac{|x+1|}{x^2 - x - 6};$

(b) $f(x) = e^{\frac{x}{|x-2|}} := \exp\left(\frac{x}{|x-2|}\right).$

Beispiel 3

Rechnen Sie die folgenden Grenzwerte aus.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} e^{\frac{|x+1|}{x-1}};$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{\cos(x^2)}{\ln(|x|+1)}\right)^x;$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan(\ln(1-x))}{\sin(x)};$

Beispiel 4

Welche der folgenden Mengen sind Basen des \mathbb{R}^3 ?

(a) $\{(1, 2, -1), (1, 0, 2), (2, 1, 1)\}$

(b) $\{(-1, 3, 1), (2, -4, -3), (-3, 8, 2)\}$

Beispiel 5

Spannen die Polynome $x^3 - 2x^2 + 1$, $4x^2 - x + 3$ und $3x - 2$ den Vektorraum $\mathbb{R}_3[x]$ auf (keine Rechnung!)?

Sind die Vektoren $(1, 4, -6)$, $(1, 5, 8)$, $(2, 1, 1)$ und $(0, 1, 0)$ linear unabhängig im \mathbb{R}^3 (keine Rechnung)?

Beispiel 6

Finden Sie eine Basis für die folgenden Untervektorräume des \mathbb{R}^4 :

a) $\mathcal{U}_1 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 - 2x_3 + 3x_4 = 0\}$,

b) $\mathcal{U}_2 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_2 = x_3 = x_4 = 0\}$

Beispiel 7

Lösen Sie die folgenden Systeme abhängig von $k \in \mathbb{R}$.

$$(a) \begin{cases} x - ky - 5z, & = 0 \\ x - 2y - z, & = 0 \\ kx + y - 2z, & = 2 \end{cases} .$$

$$(b) \begin{cases} x - ky - 5z + w, & = 1 \\ x - 2y - z - w, & = 0 \\ x + kz, & = 1 \end{cases}$$

Beispiel 8

Ergänzen Sie die folgenden Definitionen.

- (a) Eine Funktion f ist stetig auf I , falls...
- (b) Eine Folge $\{a_n\}$ konvergiert gegen a , falls...
- (c) Die Vektoren v_1, \dots, v_n sind linear abhängig, falls...
- (d) Eine Reihe ist absolut konvergent, falls...
- (e) Die Vektoren v_1, \dots, v_n sind eine Basis des Vektorraums V , falls...

Frohe Weihnachten 2014!!!!