

Mathematik B (ET) Sommersemester 2017

2. Übungsblatt (16. 3. 2017)

5. Berechnen Sie den Grenzwert

(3 Pkt.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\sqrt{\cos(ax)} - \sqrt{\cos(bx)} \right)$$

mit Hilfe der Taylorreihe der Funktion $f(x) = \sqrt{\cos(ax)}$.

6. Berechnen Sie zu folgenden Potenzreihen die Konvergenzradien:

(je 2 Pkt.)

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n x^n}{n^2} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} (x-1)^n$$

7. Berechnen Sie den Wert der unendlichen Summe

(2 Pkt.)

$$s = 1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \frac{5}{2^4} + \dots$$

durch differenzieren der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} x^k$.

8. Lösen Sie die Gleichung

(3 Pkt.)

$$x = 2 + \frac{\cos(x)}{2}$$

näherungsweise mit Hilfe des Fixpunktsatzes auf 2 Nachkommastellen genau. Begründen Sie warum Sie den Fixpunktsatz anwenden können.

9. Bestimmen Sie mit Hilfe des Newtonverfahrens die Nullstellen der Funktion

(2 Pkt.)

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} - x + 1 \quad \text{für } x > 1.$$

10. Man betrachte die Funktion

(2 Pkt.)

$$f(x) = \frac{\exp(x^2)}{x+1}.$$

Es soll die Fläche approximiert werden, welche vom Funktionsgraphen im Intervall $[0, 1]$ und der x -Achse eingeschlossen wird.

(a) Berechnen Sie die Untersumme zu einer äquidistanten Zerlegung des Intervalls $[0, 1]$ in $n = 3$ bzw. $n = 6$ Teilintervalle.

(b) Berechnen Sie die Obersummen zu einer äquidistanten Zerlegung des Intervalls $[0, 1]$ in $n = 3$ bzw. $n = 6$ Teilintervalle. Vergleichen Sie die erhaltenen Unter- und Obersummenwerte mit dem numerischen Ergebnis $\int_0^1 f(x) \approx 0.95685$.