

Mathematik B (ET) Sommersemester 2017

5. Übungsblatt (6. 4. 2017)

19. Man betrachte die auf dem Intervall $(-\pi, \pi]$ definierte Funktion $f(x) = |x|$, die 2π -periodisch auf ganz $\mathbb{R}$ fortgesetzt wird. (3 Pkt.)

Bestimmen Sie die zu f gehörige Fourierreihe von $\bar{f}$. Für welche Werte $x \in \mathbb{R}$ gilt dass $\bar{f}(x) = f(x)$?

Verwenden Sie die die Fourierreihe $\bar{f}$ um den Wert der Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

zu bestimmen.

20. Man betrachte die 2π -periodische Fortsetzung der Funktion (3 Pkt.)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & \text{für } -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2}, \\ x & \text{für } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } \frac{\pi}{2} < x < \pi. \end{cases}$$

Skizzieren Sie die Funktion f . Entwickeln Sie f in eine Fourierreihe. Für welche $x \in \mathbb{R}$ stellt die Fourierreihe die Funktion f dar?

21. Berechnen sie die folgenden Integrale falls sie konvergieren. Zeigen Sie andernfalls deren Divergenz. (je 2 Pkt.)

(a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{1 + \ln(x)} dx$

(b) $\int_0^{\infty} e^{-2x} \sin(x) dx$

(c) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx$

(d) $\int_1^{\infty} \frac{e^x}{x^5} dx$

22. Überprüfen Sie folgende Integrale auf Konvergenz mit Hilfe des Vergleichskriteriums: (je 2 Pkt.)

(a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x + \sqrt{x} + \cos(x)} dx$

(b) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2} dx$

23. Überprüfen sie mit Hilfe des Chauchy'schen Integralkriteriums, ob die folgende Reihe konvergiert: (2 Pkt.)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\exp(n)}.$$

Hierbei ist insbesondere zu überprüfen, ob der Satz auch angewandt werden darf.

24. Berechnen Sie die folgenden Integrale falls sie konvergent sind, bzw. zeigen Sie andernfalls deren Divergenz: (je 2 Pkt.)

(a) $\int_{1/e}^1 \frac{1}{1 + \ln(x)} dx$

(b) $\int_0^2 \frac{e^x}{x^2} dx$