Mathematik B (ET) Sommersemester 2017

6. Übungsblatt (27. 4. 2017)

---

25. An welchen Stellen sind folgende Funktionen stetig? **(je 2 Pkt.)**

(a) $$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy-x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(b) $$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

26. Gegeben Sei die Funktion **(2 Pkt.)**

$$f(x,y) = \frac{2xy}{x^2+y^2}$$

für $(x,y) \neq (0,0)$. Bestimmen Sie alle Richtungsgrenzwerte von f in $(0,0)$. Das sind Grenzwerte der Form $\lim_{t\to 0} f(t \cdot \vec{v})$ mit $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$. Welche Werte können als Richtungsgrenzwert in $(0,0)$ angenommen werden.

27. Berechnen Sie den Gradienten der Funktion $f(x,y,z) = x^2y^3z - e^{x+y^2} + z$. **(2 Pkt.)**

28. Bestimmen Sie die Richtungsableitung der Funktion $f(x,y) = \cos(xy) - \sin(x+y)$ im Ursprung in Richtung $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,1)$. **(2 Pkt.)**

29. Man betrachte die Funktion $f(x,y) = x^3\cos(y) + 2xy - 3$. Berechnen Sie die Richtungsableitungen in $(-1,\pi)$ für alle Richtungen $\vec{v} = (a,b) \in \mathbb{R}^2$. Berechnen Sie außerdem die Richtungsableitung für den konkreten Vektor $\vec{v} = (-1,2)$. In welcher Richtung liegt der stärkste Anstieg vor? **(3 Pkt.)**

30. Gegeben sei die Funktion **(3 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy+y^2}{|x|+|y|}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Untersuchen Sie, ob f an $(0,0)$ stetig ist und welche partiellen Ableitungen erster Ordnung in $(0,0)$ existieren.

31. Man betrachte die folgende Funktion: **(3 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(a) An welchen Stellen $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ist $f(x,y)$ stetig?

(b) Für welche Richtungen $\vec{v} = (a,b)$ existiert die Richtungsableitung $\partial_{\vec{v}} f(0,0)$? Für diese Richtungen, berechnen Sie $\partial_{\vec{v}} f(0,0)$.