

Mathematik B (ET) Sommersemester 2017

7. Übungsblatt (4. 5. 2017)

32. Man betrachte die folgende Funktion:

(3 Pkt.)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2+y^3}{x^2+y^2}, & \text{für } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

An welchen Stellen $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ist $f(x, y)$ total differenzierbar?

33. Untersuchen Sie die Funktion

(3 Pkt.)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin(y) + y^2 \sin(x)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

auf totale Differenzierbarkeit.

34. Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

(2 Pkt.)

$$f(x, y, z) = \frac{x - y^2}{1 + z^2}$$

auf totale Differenzierbarkeit. Bestimmen Sie ferner alle partielle Ableitungen bis zur zweiten Ordnung.

35. Bestimmen Sie mit Hilfe der mehrdimensionalen Kettenregel die partiellen Ableitungen der zusammengesetzten Funktion $h(x, y) = (g \circ \vec{f})(x, y) := g(f_1(x, y), f_2(x, y))$ mit

(2 Pkt.)

$$\vec{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} f_1(x, y) \\ f_2(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 - y \\ xy \end{pmatrix}$$

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(f_1, f_2) = f_1^2 + f_1 f_2 + 2f_1^3 + 5f_1 f_2^2 + 1,$$

im Punkt $(1, 1)$.

36. Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = 2xy^2 - \frac{\ln(y)}{x} + 2y$. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene zu $z = f(x, y)$ im Punkt $(2, 1)$.

(2 Pkt.)

37. Berechnen Sie die Taylorentwicklung von $f(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y}$ mit Entwicklungspunkt $\vec{x}_0 = (2, 1, 1)$ bis einschließlich Glieder zweiter Ordnung.

(2 Pkt.)