Mathematik B (ET) Sommersemester 2017

10. Übungsblatt (1. 6. 2017)

51. Berechnen Sie die Fläche der folgenden Menge: (2 Pkt.)

$$F = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq y \leq 4, \frac{1}{y} \leq x \leq \sqrt{y} \right\}.$$

52. Integrieren Sie die Funktion $f(x, y) = 2x + y^3$ über den von den Kurven $y = x$ und $y = \sqrt{2x}$ beschränkten Bereich. (2 Pkt.)

53. Berechnen Sie das Integral $\int \int_B x^2 y \, dx \, dy$ mit Hilfe von Polarkoordinaten, wobei (3 Pkt.)

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4x, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

54. Sei

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \cos(t) \\ t \sin(t) \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi,$$

und $F \subset \mathbb{R}^2$ der von der Kurve $\vec{x}(t)$ und der positiven x -Achse eingeschlossene Bereich.

- (a) Berechnen Sie die Fläche von F . (2 Pkt.)

- (b) Berechnen Sie den Schwerpunkt von F . (3 Pkt.)

55. Berechnen Sie das Integral $\int \int \int_B xyz \, dx \, dy \, dz$, wobei (2 Pkt.)

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z \leq 3, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Hinweis: Verwenden Sie Zylinderkoordinaten.

56. Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_C f(x, y) \, ds$, wobei $f(x, y) = (x + \sqrt{3})\sqrt{y+1}$ ist und die Kurve $\mathcal{C}$ gegeben ist durch die Parametrisierung (2 Pkt.)

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \sqrt{3}t \\ t^2 - t \end{pmatrix} \quad 0 \leq t \leq 1.$$