

Mathematik B (ET) Sommersemester 2017

13. Übungsblatt (29. 6. 2017)

70. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

(3 Pkt.)

$$(1-x)y'' + xy' - y = 0$$

mittels Reduktion der Ordnung.

Hinweis: $y(x) = x$ ist eine spezielle Lösung.

71. Gegeben sei die Differentialgleichung

(3 Pkt.)

$$(1-x^2)y'' - 4xy' - (1+x^2)y = x.$$

Die Funktionen

$$y_1(x) = \frac{\cos x}{1-x^2}, \quad y_2(x) = \frac{\sin x}{1-x^2}$$

bilden ein Fundamentalsystem der homogenen Gleichung. Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung mittels Variation der Konstanten.

72. Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

(2 Pkt.)

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 + 2y_2 \\ y_2' &= 2y_1 + y_2 \end{aligned}$$

mit den Anfangswerten $y_1(0) = -1$, $y_2(0) = 1$.

73. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $\vec{y}(t)$ des Systems

(3 Pkt.)

$$\vec{y}'(t) = \mathbf{A}\vec{y}(t)$$

für die Matrix:

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

74. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

(2 Pkt.)

$$\begin{aligned} y_1' &= 3y_1 - 3y_2 + e^x \\ y_2' &= y_1 - y_2. \end{aligned}$$

75. Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

(3 Pkt.)

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 - y_2 + \cos(x) \\ y_2' &= 2y_1 + 3y_2 - \sin(x), \end{aligned}$$

mit $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 0$.