Mathematik B (ET) KV Sommersemester 2018

5. Konversatorium (30.4.2018)

---

15. Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy+y^2}{|x|+|y|}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Untersuchen Sie, ob f an $(0,0)$ stetig ist und welche partiellen Ableitungen erster Ordnung in $(0,0)$ existieren.

16. Gegeben Sei die Funktion

$$f(x,y) = \frac{2xy}{x^2+y^2}$$

für $(x,y) \neq (0,0)$. Bestimmen Sie alle Richtungsgrenzwerte von f in $(0,0)$. Das sind Grenzwerte der Form $\lim_{t\to 0} f(t \cdot \vec{v})$ mit $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$. Welche Werte können als Richtungsgrenzwert in $(0,0)$ angenommen werden.

17. Man betrachte die folgende Funktion:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(a) An welchen Stellen $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ist $f(x,y)$ stetig?

(b) Für welche Richtungen $\vec{v} = (a,b)$ existiert die Richtungsableitung $\partial_{\vec{v}} f(0,0)$? Für diese Richtungen, berechnen Sie $\partial_{\vec{v}} f(0,0)$.

(c) An welchen Stellen $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ist $f(x,y)$ total differenzierbar?

18. Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin(y)+y^2 \sin(x)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

auf totale Differenzierbarkeit.