

Mathematik B (ET) Sommersemester 2018

1. Übungsblatt (8.3.2018)

1. Sei $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ die durch $f(x) = \frac{x}{x+1}$ definierte Abbildung. Finden Sie die allgemeine Formel für die n -te Ableitung von f und beweisen Sie diese mittels vollständiger Induktion. (3 Pkt.)
2. (je 2 Pkt.)
- (a) Schreiben Sie die Taylorreihe der Funktion f des Beispiels 1 mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
- (b) Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades mit Entwicklungspunkt $x_0 = 2$ und schätzen Sie das Restglied auf dem Intervall $[1, 3]$ ab.
3. Sei $f(x) = \exp(1+3x)$. Bestimmen Sie mit Hilfe der Taylorreihe den Wert $f(1/2)$ mit einem Fehler kleiner als 0.05. (2 Pkt.)
4. Rechnen Sie mit Hilfe der Taylorreihe die folgenden Grenzwerte aus! (je 3 Pkt.)

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 + \ln(1-x)}{\tan(x) - x}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x) - \sin(x^2)}{x^2 \ln(\cos(x))}$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \tan(x^2)}{x^2 - \sin(x^2)}$$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(\tan(x^3)) - 1}{x(\cos(x) - \exp(x^2))}$$