

Mathematik B (ET) Sommersemester 2018

2. Übungsblatt (15.3. 2018)

5. Berechnen Sie den Grenzwert

(2 Pkt.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\sqrt{\cos(ax)} - \sqrt{\cos(bx)} \right)$$

mit Hilfe der Taylorreihe der Funktion $f(x) = \sqrt{\cos(ax)}$.

6. Bestimmen Sie a und b derart, daß die Kurven

(3 Pkt.)

$$y_1(x) = x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \quad \text{und} \quad y_2(x) = a(e^{bx} - 1)$$

in der Taylorentwicklung um $x = 0$ bis zu möglichst hohen Potenzen von x übereinstimmen.

7. Untersuchen Sie die punktweise und die gleichmäßige Konvergenz der folgenden Funktionenfolgen:

(je 3 Pkt.)

(a) Für $x \in [0, 1]$, sei $f_n(x) = \frac{nx}{1 + nx^2}$.

(b) Für $x \in \mathbb{R}$, sei $f_n(x) = \frac{1}{n}[nx]$, wobei $[x]$ ist die größte ganze Zahl, die kleiner als oder gleich x ist.

8. Berechnen Sie zu folgenden Potenzreihen die Konvergenzradien:

(je 2 Pkt.)

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n x^n}{n^2} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} (x-1)^n$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \sqrt{(3n-2)2^n} x^n \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{5n+1}}{1+2^n}$$

9. Berechnen Sie den Wert der unendlichen Summe

(2 Pkt.)

$$s = 1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \frac{5}{2^4} + \dots$$

durch differenzieren der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} x^k$.