Mathematik B (ET) Sommersemester 2018

5. Übungsblatt (19.4. 2018)

---

18. Überprüfen sie folgende Aussagen auf ihre Richtigkeit. Begründen Sie Ihre Antwort! **(je 2 Pkt.)**

    (a) Es gibt ein $c \in [0, 2]$ sodass

    $$\int_{-2}^{2} \exp(-x^2)\, dx = 4 \exp(-c^2).$$

    (b) Sei

    $$f(x) = \begin{cases} x, & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ 4, & \text{für } 2 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

    Es gibt ein $c \in [0, 3]$ sodass

    $$\int_{0}^{3} f(x)\, dx = 3f(c).$$

19. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale: **(je 2 Pkt.)**

    (a) $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \sin(3x)\cos(5x)\, dx$

    (b) $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos(x)}{1-\cos(x)}\, dx$

    (c) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{2\sin(x)-\cos(x)}{1+\sin(x)}\, dx$

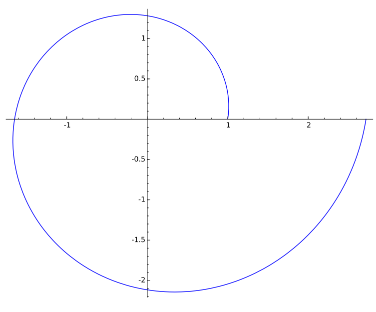
    (d) $\displaystyle\int_0^{1} (3x - x^2)\cosh(x)\, dx$

20. Man betrachte die logarithmische Spirale: **(3 Pkt.)**

    $$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{t}{2\pi}\right)\cos(t) \\ \exp\left(\frac{t}{2\pi}\right)\sin(t) \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in [0, 2\pi].$$

    (a) Berechnen Sie die Bogenlänge der Spirale.

    (b) Berechnen Sie eine Parametrisierung dieser Kurve mit Hilfe der Bogenlänge.



21. Stellen Sie die folgende Kurve in impliziter Form dar, indem Sie den Parameter t eliminieren: **(2 Pkt.)**

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \frac{t-1}{t+1} \\ \frac{t^2+t}{t-1} \end{pmatrix}$$

22. Führen Sie für die durch **(3 Pkt.)**

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}t^2 - t \\ \frac{4}{3}t^{3/2} \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 1$$

definierte Kurve die Bogenlänge s als neuen Parameter ein. Stellen Sie den Tangentenvektor für die Kurve $\vec{x}(s)$.