

Mathematik B (ET) Sommersemester 2018

6. Übungsblatt (26.4. 2018)

23. Man betrachte die 2π -periodische Fortsetzung der Funktion

(3 Pkt.)

$$f(x) = x^3 - x, \quad \text{für } -\pi < x \leq \pi.$$

Entwickeln Sie f in eine Fourierreihe. Für welche $x \in \mathbb{R}$ stellt die Fourierreihe die Funktion f dar?

24. Man betrachte die 2π -periodische Fortsetzung der Funktion

(3 Pkt.)

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| & \text{für } -\pi < x \leq 0, \\ |\cos x| & \text{für } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

Skizzieren Sie die Funktion f . Entwickeln Sie f in eine Fourierreihe. Für welche $x \in \mathbb{R}$ stellt die Fourierreihe die Funktion f dar?

25. Berechnen Sie die folgenden Integrale falls sie konvergieren. Zeigen Sie andernfalls deren Divergenz.

(je 2 Pkt.)

(a) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$

(b) $\int_0^{\infty} e^{-2x} \sin(x) dx$

(c) $\int_2^{\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^4}} dx$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2e^{-x+1} + e^{x-1}} dx$

26. Überprüfen Sie folgende Integrale auf Konvergenz mit Hilfe des Vergleichskriteriums:

(je 2 Pkt.)

(a) $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

(b) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2} dx$

(c) $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

27. Überprüfen Sie mit Hilfe des Cauchy'schen Integralkriteriums, ob die folgende Reihe konvergiert:

(2 Pkt.)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}.$$

Überprüfen Sie, ob der Satz auch angewandt werden darf.

28. Berechnen Sie die folgenden Integrale falls sie konvergent sind, bzw. zeigen Sie andernfalls deren Divergenz:

(je 2 Pkt.)

(a) $\int_{-1}^1 \ln|x| dx$

(b) $\int_0^1 \frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}} dx$