Mathematatik B (ET) Sommersemester 2018

7. Übungsblatt (3.5.2018)

---

29. An welchen Stellen sind folgende Funktionen stetig? **(je 2 Pkt.)**

(a) $$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3\cos(y^2)}{x^4+y^4}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(b) $$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy-x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(c) $$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\ln(x+y)}{x+y}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

30. Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei durch **(3 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^4y^2}{x^4+y^4}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

definiert.

(a) Ist $f(x,y)$ in $(0,0)$ stetig?

(b) Ist $f(x,y)$ in $(0,0)$ partiell differenzierbar?

31. Berechnen Sie den Gradienten der Funktion $f(x,y,z) = x^2y^3z - e^{x+y^2} + z$. **(2 Pkt.)**

32. Bestimmen Sie die Richtungsableitung der Funktion $f(x,y) = \cos(xy) - \sin(x+y)$ im Ursprung in Richtung $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,1)$. **(2 Pkt.)**

33. Man betrachte die Funktion $f(x,y) = x^3\cos(y) + 2xy - 3$. Berechnen Sie die Richtungsableitungen in $(-1,\pi)$ für alle Richtungen $\vec{v} = (a,b) \in \mathbb{R}^2$. Berechnen Sie außerdem die Richtungsableitung für den konkreten Vektor $\vec{v} = (-1,2)$. In welcher Richtung liegt der stärkste Anstieg vor? **(3 Pkt.)**

34. Man betrachte die folgende Funktion: **(3 Pkt.)**

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2+y^3}{x^2+y^2}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

An welchen Stellen $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ist $f(x,y)$ total differenzierbar?

35. Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit **(2 Pkt.)**

$$f(x,y,z) = \frac{x-y^2}{1+z^2}$$

auf totale Differenzierbarkeit.