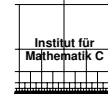


Übungen “Mathematik B für Elektrotechniker”

SS 2016



Institut für Diskrete Mathematik



21. April 2016

Hinweis: Die Teilaufgaben zu 12. werden nur in denjenigen Übungsgruppen noch besprochen, in welchen sich die Besprechung in der letzten Übung zeitlich nicht mehr ausging. Dieses Beispiel ist nicht ankreuzbar; Vorrechnen erfolgt auf freiwilliger Basis.

12. Berechnen Sie folgende Integrale:

(je 3 Pkt.)

$$\begin{aligned} (a) \quad & \int \frac{x^2 + 1}{(x+2)(x+4)^2} dx \\ (b) \quad & \int \frac{\cos(2x) \sin(2x)}{\sin^2(2x) - 6 \sin(2x) + 8} dx \\ (c) \quad & \int_0^{1/2} \frac{3^x}{3^{2x} - 7 \cdot 3^x + 12} dx \end{aligned}$$

Hinweis: machen Sie bei (b) und (c) zunächst eine geeignete Substitution, so daß Sie dann eine gebrochen rationale Funktion zum Integrieren haben.

13. Berechnen Sie folgendes Integral:

(3 Pkt.)

$$\int \frac{x^3 - 2x + 3}{(x-1)(x+2)^2(x^2+1)^2} dx$$

14. Berechnen Sie folgendes Integral:

(3 Pkt.)

$$\int \frac{2 \sin(x) - \cos(x)}{1 + \sin(x)} dx$$

15. Man betrachte die logarithmische Spirale:

(3 Pkt.)

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} e^t \cos t \\ e^t \sin t \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in [0, 2\pi].$$

(a) Berechnen Sie die Bogenlänge der Spirale.

(b) Berechnen Sie eine Parametrisierung dieser Kurve mit Hilfe der Bogenlänge.

16. Man betrachte die Kurve

(3 Pkt.)

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \sin t \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \cos t \\ \frac{1}{4} \sin t \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in [0, 2\pi].$$

Berechnen Sie zu dieser Kurve eine Parametrisierung mit Hilfe der Bogenlänge, wobei dem Punkt $P_0 = (0, \frac{1}{2\sqrt{2}}, 0)$ die Bogenlänge $s = 0$ entsprechen soll.

17. Man betrachte den Funktionsgraphen von $f(t) = t^2 + 2t - 1$ im Intervall $[0, 1]$. Berechnen Sie die Bogenlänge des Funktionsgraphen von $f(t)$ im Intervall $[0, 1]$. (3 Pkt.)

18. Man betrachte die folgende Feder-Kurve:

(3 Pkt.)

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ \cos(2t) \\ \sin(2t) \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in [0, 2\pi].$$

Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve; siehe Abbildung 1.

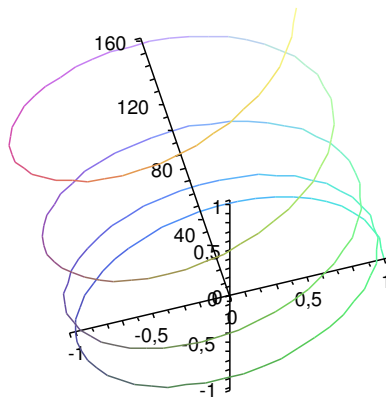


Abbildung 1: Graph der Federkurve

19. Es ist das Integral $\int_0^2 x \cdot e^{-x^3} dx$ numerisch zu berechnen. (2 Pkt.)

- (a) Berechnen Sie approximativ den Wert des Integrals mit Hilfe der Trapezformel.
- (b) Berechnen Sie approximativ den Wert des Integrals mit Hilfe der Trapezsummenformel (mit Unterteilungen in $n = 2, 4, 8$ Teilintervalle).

20. Man betrachte idas folgende Integral: (2 Pkt.)

$$\int_{-1}^2 e^{e^x} dx$$

Skizzieren Sie die Funktion und berechnen Sie approximativ den Wert des Integrals mit Hilfe der Trapezformel, der Trapezsummenformel (mit Hilfe von Unterteilungen des Intervalls $[-1, 2]$ in $n = 3, 6, 9$ Teilintervalle). Vergleichen Sie die Approximativwerte mit dem numerischen Ergebnis 263,906.