Übungen "Mathematik B für Elektrotechniker"

SS 2016

Institut für Diskrete Mathematik

19. Mai 2016

Hinweis: Die Aufgaben 36 und 37 werden nur in denjenigen Übungsgruppen noch besprochen, in welchen sich die Besprechung in der letzten Übung zeitlich nicht mehr ausging. Diese Aufgaben sind nicht ankreuzbar; Vorrechnen erfolgt auf freiwilliger Basis.

36. Berechnen Sie mit Hilfe der mehrdimensionalen Kettenregel die partiellen Ableitungen von $F(t_1, t_2) = f\big(g_1(t_1, t_2), g_2(t_1, t_2), g_3(t_1, t_2)\big)$ nach t_1 und t_2, wobei (2 Pkt.)

$$f(x, y, z) = xy - z^2,\ g(t_1, t_2) = \begin{pmatrix} g_1(t_1, t_2) \\ g_2(t_1, t_2) \\ g_3(t_1, t_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 t_2^2 \\ \frac{t_1}{t_2} \\ t_1^2 - t_1 t_2 \end{pmatrix}$$

37. Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = 2xy^2 - \frac{\ln(y)}{x} + 2y$.

    (a) Bestimmen Sie die Richtungsableitung im Punkt $(1, 1)$ in Richtung $(4, 3)$. (2 Pkt.)

    (b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene zu $z = f(x, y)$ im Punkt $(2, 1)$. (2 Pkt.)

38. Berechnen Sie die Taylorentwicklung von $f(x, y, z) = e^{x^2-y^2} + e^{y^2-z^2}$ mit Entwicklungspunkt $\vec{x_0} = (1, -1, 1)$ bis einschließlich Glieder zweiter Ordnung. (2 Pkt.)

39. Bestimmen Sie die Hesse-Matrix zur Funktion $f(x, y) = 2^x y + \cos(2xy)$, und überprüfen Sie ob die Hesse-Matrix an den Stellen $(1, 1)$, $(-3, 1)$, $(-2, -1)$ bzw. $(0, 0)$ positiv-, negativ- oder indefinit ist. (3 Pkt.)

40. Gegeben sei die Funktion (3 Pkt.)

$$f(x, y) = (xy + 1)(x + y).$$

    Berechnen Sie alle stationären Punkte und bestimmen Sie deren Typen (Minimum, Maximum, Sattelpunkt). Ist $f(x, y)$ total differenzierbar?

41. Berechnen Sie zur Funktion (3 Pkt.)

$$f(x, y, z) = x^2 y - y^2 z + x + z$$

    alle stationären Punkte und bestimmen Sie deren Typen.

42. Berechnen Sie zur Funktion (3 Pkt.)

$$f(x, y) = 6x^2 + 2xy^3 + y^2 + 1$$

    alle stationären Punkte und bestimmen Sie deren Typen.

43. Berechnen Sie zur Funktion (3 Pkt.)

$$f(x, y) = y^3 + 2x^2 y - xy^2 - 2y - 1$$

    alle stationären Punkte und bestimmen Sie deren Typen.

44. Berechnen Sie die Extremwerte sowie deren Typen der Funktion (2 Pkt.)

$$f(x, y) = x^2 - y$$

    unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 2$ durch explizites Lösen.

45. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem näherungsweise mit Hilfe des Newton-Verfahrens: (3 Pkt.)

$$x \cdot \sin(y) + \frac{1}{3} = 0, \quad y - \cos(x) = 0.$$

Hinweis: Verwenden Sie den Startwert $(x_0, y_0) = (0, 1)$. Brechen Sie die Iteration nach einigen Schritten ab, wenn sich die Werte kaum mehr verändern.

46. Bestimmen Sie alle Extrema und deren Typen der Funktion (2 Pkt.)

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} : \vec{x} \mapsto e^{-\|\vec{x}\|}$$