

Hinweis: Es handelt sich hierbei um das endgültige Übungsblatt! (Es gab keine Änderungen mehr!)

77. Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems: (3 Pkt.)

$$xy' + x^2y^2 - 3y = 0, \quad \text{mit } y(1) = 2.$$

78. Zeigen Sie, daß folgende Differentialgleichungen exakt sind, und lösen Sie diese (es genügen implizit angegebene Lösungen): (2 Pkt.)

(a)

$$e^x + \cos y - x \sin(y)y' = 0$$

(2 Pkt.)

(b)

$$y^3 + 3xy^2y' = 0.$$

(2 Pkt.)

79. Berechnen Sie eine implizite Lösung der folgenden Differentialgleichung mit Hilfe eines integrierenden Faktors: (3 Pkt.)

$$1 + xy - (x^2 + x^3y)y' = 0.$$

80. Überprüfen Sie, ob folgende Differentialgleichungen exakt sind, und lösen Sie diese falls notwendig mit Hilfe eines integrierenden Faktors (es genügen implizite Lösungen): (3 Pkt.)

(a)

$$1 + (y^2 - x)y' = 0$$

(3 Pkt.)

(b)

$$e^y + y \cos(xy) + y'(xe^y + x \cos(xy)) = 0$$

(3 Pkt.)

81. Bestimmen Sie die allgemeine Lösungen von (je 2 Pkt.)

$$(a) y'' + 3y - 10 = 0 \quad (b) y^{(4)} + 4y'' = 0$$

82. Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems: (3 Pkt.)

$$y''' + 2y'' - 13y' + 10y = 0, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = -1.$$

83. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung: (3 Pkt.)

$$y^{(4)} - 2y''' + 5y'' - 8y' + 4y = 0.$$

84. Man betrachte die folgende Differentialgleichung: (3 Pkt.)

$$y''' - 3y'' + 9y' + 13y = \cos(x).$$

- (a) Bestimmen Sie die vollständige Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

- (b) Man bestimme eine spezielle Lösung wie folgt: zur Bestimmung einer speziellen Lösung verwende man den Ansatz $y_{sp}(x) = A \cos(x) + B \sin(x)$ mit unbekannten Koeffizienten A und B : man differenziere $y_{sp}(x)$, setze die Ableitungen in die Differentialgleichung ein und bestimme durch Koeffizientenvergleich von $\cos(x)$ und $\sin(x)$ die richtigen Werte für A und B .

- (c) Bestimmen Sie mit Hilfe von (a) und (b) die allgemeine Lösung der obigen Differentialgleichung.