

30. Juni 2016

Hinweis: Der für die Aufgaben 87–91 benötigte Vorlesungsstoff wird in den Vorlesungen am Dienstag und Mittwoch besprochen.

85. Man betrachte die Differentialgleichung

$$y'' + 2y' - 15y = b(x).$$

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung. (2 Pkt.)
- (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y(0) = 1, y'(0) = 0$, wobei $b(x) = (x + 2)e^{2x}$. (2 Pkt.)
- (c) Bestimmen Sie eine spezielle Lösung mittels Variation der Konstanten, wobei $b(x) = x^2 + 1$. (2 Pkt.)
- (d) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung für den Fall $b(x) = xe^{3x}$. (2 Pkt.)

86. Man betrachte die Differentialgleichung

$$y'' - 2y' + 5y = b(x).$$

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung. (2 Pkt.)
- (b) Bestimmen Sie eine spezielle Lösung, wobei $b(x) = x \cos(3x)$. (2 Pkt.)
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y(0) = 0, y'(0) = 1$, wobei $b(x) = 10 + x \cos(3x)$. (2 Pkt.)

87. Untersuchen Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung! (2 Pkt.)

- (a) Jedes Fundamentalsystem eines linearen Differentialgleichungssystems mit konstanten Koeffizienten ist eindeutig.
- (b) Die Menge $\{x^2 e^x, (x^2 - 2x)e^x, xe^x\}$ ist das Fundamentalsystem eines Differentialgleichungssystems mit konstanten Koeffizienten.

88. Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem: (3 Pkt.)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - y + \cos(t), \\ \dot{y} &= 2x + 3y - \sin(t), \\ \text{mit } x(0) &= 1, y(0) = 0.\end{aligned}$$

89. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden Differentialgleichungssystems: (3 Pkt.)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 8x + 12y - 2z + t, \\ \dot{y} &= -3x - 4y + z - 1, \\ \dot{z} &= x + 2y + 2z + 2.\end{aligned}$$

90. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden Differentialgleichungssystems: (3 Pkt.)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 4x - 3y + 2z + e^{-t}, \\ \dot{y} &= 2x - y + 2z, \\ \dot{z} &= -2x + 3y - 2e^{-t}.\end{aligned}$$

91. Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

(3 Pkt.)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + 2y, \\ \dot{y} &= 2x + y, \\ &\text{mit } x(0) = -1, y(0) = 1.\end{aligned}$$