

Übung 1

Entscheiden Sie, ob die folgenden Integrale konvergieren.

(a)

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\sin(x) \cos(x)|}{x^2 + 4x + 1} dx$$

(b)

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x^4 - 1}} dx$$

(c)

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^{4/3} \sin(x)}$$

(d)

$$\int_0^1 \frac{\ln(1 + \sqrt{x})}{\sin(x)} dx$$

Übung 2

Für welche $a \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Integrale konvergent?

(a)

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x^7)}{x^a \ln(1 + x^3)} dx$$

(b)

$$\int_0^1 \frac{(1 - \cos(x))^{1/3}}{(e^x - 1 - x)^a} dx$$

Übung 3

Für welche $a \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Reihen konvergent?

(a)

$$\sum_{n \geq 1} \frac{\ln(1 + n^a)}{n}$$

(b)

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n \ln(n) \ln^a(\ln(n))}$$