Übung 1

Sei

$$\Gamma(x) := \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{x-1} dt$$

die Eulersche Gammafunktion. Zeigen Sie, dass
(a) für alle $x > 0$, $\Gamma(x)$ konvergiert;
(b) $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$;
(c) $\Gamma(n) = (n-1)!$

Übung 2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen stetig/partiell differenzierbar/total differenzierbar sind. Wenn es möglich ist, schreiben Sie den Gradient und die Richtungsableitungen im Punkt $(0,0)$ auf!
(a)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{wenn } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(b) Sei $k \geq 0$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^k}{x^2+y^{2k}} & \text{wenn } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(c)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\arctan(x^2+y^2)}{x^2+y^2} & \text{wenn } y \neq 0 \\ \ln(x+e) & \text{sonst} \end{cases}$$