Konversatorium "Mathematik B für Elektrotechniker"

SS 2011

Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)

25. Mai 2011

---

1. Bestimmen Sie alle maximalen und minimalen Werte von

$$f(x, y) = x^2 - 3y$$

unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 2$ durch Parametrisierung.

2. Bestimmen Sie den Punkt P in $\mathbb{R}^3$, welcher in den Ebenen gegeben durch $x + y - 3z = 1$ und $x + 2y + z = 0$ liegt und welcher zu $(2,\ -3,\ 1) \in \mathbb{R}^3$ minimalen Abstand besitzt.

Hinweis: Betrachten Sie diese Aufgabe als ein Minimierungsproblem von

$$f(x, y, z) = \|(x - 2, y + 3, y - 1)\|^2 = (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2$$

unter den Nebenbedingungen $x + y - 3z = 1$ und $x + 2y + z = 0$, und lösen Sie dies mit Hilfe der Lagrange-Methode.

3. Berechnen Sie mit Hilfe der mehrdimensionalen Kettenregel die Jacobi-Matrix zu

$$F(x_1, x_2, x_3) = g\big(f_1(x_1, x_2, x_3), f_2(x_1, x_2, x_3)\big),$$

wobei

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3) \\ f_2(x_1, x_2, x_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^2 - x_2 x_3 \\ x_1 x_2^2 + 3x_3 \end{pmatrix}$$

und

$$g(y_1, y_2) = \begin{pmatrix} g_1(y_1, y_2) \\ g_2(y_1, y_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(y_1) + y_2 \\ y_1\sqrt{y_2} \end{pmatrix}.$$