Zusatzaufgaben:

3. (3 Punkte) Untersuchen Sie die komplexe Folge $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert:

$$z_n = \frac{(n^2-1)(1+i) - n^3(2+i)}{(n^3-2n+2)\,(i-1)}$$

4. (3 Punkte) Überprüfen Sie das Konvergenzverhalten der Folge

$$a_n = \sin\Big(\frac{n^3+1+2^n}{\sqrt{n+2}}\Big) \cdot \Big(1 - \frac{1}{\pi}\operatorname{arccot}\Big(\ln\frac{1}{n}\Big)\Big)$$

5. (je 3 Punkte) Untersuchen Sie folgende Reihen auf ihr Konvergenzverhalten:

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(1+\arctan(n^2)\Big)^{n/2} \cdot \frac{\sin(\frac{n+1}{\pi})}{5^n}$$

$$(b) \quad \sum_{n=3}^{\infty}(n-1)^3\frac{\cos(n\pi)}{(n-2)^4}$$

$$(c) \quad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+2)(n-1000)}{117n^2+11n+1003}$$

$$(d) \quad \sum_{n\geq 1}\cos\Big(\frac{n^2}{2}\Big)\frac{(n^2+1)\cdot 2^n}{(n+1)!\cdot\sqrt{n}}$$

6. (3 Punkte) Untersuchen Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung!

   (a) Wenn $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist, so konvergiert $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

   (b) Wenn die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergeriert, konvergiert auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(-1)^n$.

   (c) Eine konvergente Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ kann zwei verschiedene Häufungspunkte besitzen.