

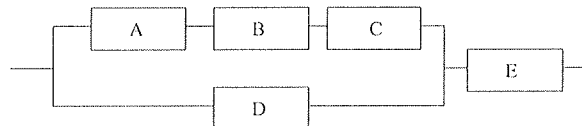
Pool A

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Gruppennummer: _____

1. Es sind drei Urnen mit weißen, roten, blauen und schwarzen Kugeln gegeben. In (____/4 Pkt.)
 Urne A befinden sich 4 weiße und 6 schwarze Kugeln. In Urne B befinden sich 2 rote und 6 blaue Kugeln, während in Urne C sich 10 rote Kugeln und 6 blaue Kugeln befinden. Es wird nun zunächst eine Kugel aus Urne A gezogen. Ist diese gezogene Kugel weiß, so wird eine Kugel aus Urne B gezogen, ansonsten aus Urne C.
 - (a) Zeichnen Sie den dazugehörigen Wahrscheinlichkeitsbaum.
 - (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine rote Kugel gezogen wurde?
 - (c) Es wurde eine blaue Kugel gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß diese blaue Kugel aus Urne B gezogen wurde?
 - (d) Das obige Zufallsexperiment werde nun 10 Mal unabhängig voneinander wiederholt, d.h. es werden wie oben beschrieben zuerst eine Kugel aus Urne A und dann entsprechend der gezogenen Kugelfarbe eine Kugel aus Urne B bzw. C gezogen und deren Farbe notiert; danach kommen beide Kugeln wieder in ihre ursprüngliche Urne und man wiederholt den Vorgang. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß man bei den 10 Versuchen mindestens zweimal eine rote Kugel zieht?
2. Bei der Inskription zum Studium stellen sich 20 Studenten an vier Schaltern an. (____/2 Pkt.)
 - (a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wie sich die Studenten auf die Schalter zum Anstellen aufteilen können, wenn die Studenten sowie die Schalter *unterscheidbar* sind?
 - (b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn an jedem Schalter mindestens ein Student bedient werden soll und die Studenten *nicht unterscheidbar* sind, aber die Schalter *unterscheidbar* sind?
3. Man betrachte folgende Schaltungsskizze: (____/2 Pkt.)

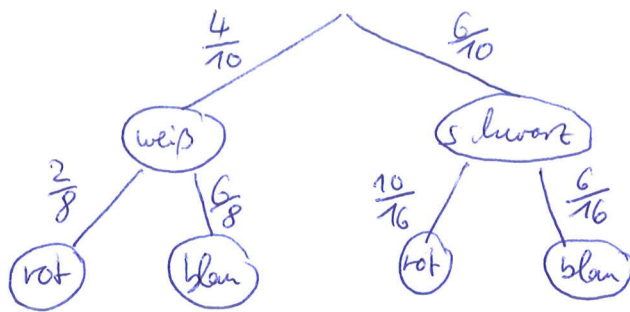


Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß das System zuverlässig funktioniert, wenn bekannt ist, daß die Komponenten A, B, C, D, E unabhängig voneinander mit den Wahrscheinlichkeiten $p_A = 0.99$, $p_B = 0.75$, $p_C = 0.85$, $p_D = 0.7$, $p_E = 0.95$ zuverlässig arbeiten.

Σ _____

HINWEIS: Alle Zwischenschritte/Rechnungen sind ausreichend zu begründen!

① a)



Ziehen aus Urne A

Ziehen aus Urne B bzw. C

$$b) P[\text{rote Kugel gezogen}] = \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{8} + \frac{6}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{1}{10} + \frac{3}{8} = \frac{4+15}{40} = \frac{19}{40} = 0,475$$

$$c) P[\text{"Blau Kugel aus Urne B" | "Blau Kugel gezogen"}] = \frac{P[\text{"Blau Kugel aus Urne B \& "Blau Kugel gezogen"}]}{P[\text{"Blau Kugel gezogen"}]} = \frac{\frac{6}{10} \cdot \frac{6}{16}}{1 - \frac{19}{40}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{21}{40}} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

$$d) X = \# \text{ rote Kugeln bei } n=10 \text{ Versuchen, } p = P[\text{"rote Kugel"}] = \frac{19}{40}$$

$$P[X \geq 2] = 1 - P[X \leq 1] = 1 - \binom{10}{0} \left(\frac{19}{40}\right)^0 \left(\frac{21}{40}\right)^{10} - \binom{10}{1} \left(\frac{19}{40}\right)^1 \left(\frac{21}{40}\right)^9 = 98,4\%$$

② 20 Studenten auf 4 Schalter verteilen

a) Studenten & Schalter unterscheidbar

$n=20$ Studenten & 3 Trennschleife



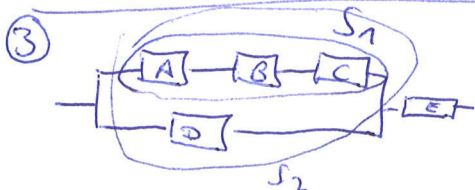
23 Symbole $\rightarrow$ 23! Möglichkeiten

Trennschleife aber nicht unterscheidbar $\rightarrow \frac{23!}{3!}$ Möglichkeiten

b) Studenten nicht unterscheidbar, Schalter unterscheidbar, an jedem Schalter ein Student (mind.)

Modell: $n=20$ Kugeln (unterscheidbar) auf 4 Urnen (unterscheidbar) aufteilen

1. Nimm 4 Kugeln und platziere je eine in eine Urne (d.h. in jede Urne liegt mind. eine Kugel)
2. 16 restliche Kugeln aufteilen $\rightarrow \binom{16+4-1}{4-1} = \binom{19}{3} = 969$ Möglichkeiten



$$P[S_1 \text{ funktioniert}] = 0,99 \cdot 0,75 \cdot 0,85 = 0,6311$$

$$P[S_2 \text{ funktioniert}] = 1 - (1 - 0,6311)(1 - 0,7) = 0,8893$$

$$P[\text{Gesamtsystem funktioniert}] = 0,8893 \cdot 0,95 = 0,8449$$

③