Übungen "Wahrscheinlichkeitsrechnung und Stochastische Prozesse"

WS 2012/2013

TUG **Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)** Institut für Mathematik C

16. Oktober 2012

---

4. Bei einem Sportfest treten Athleten in den Disziplinen Hürdenlauf, Weitsprung und Sperrwurf an. Jeder Athlet nimmt mindestens an einer Diziplin teil. Es sind folgende Zahlen bekannt:

   - Zum Hürdenlauf sind 80 Athleten gemeldet, zum Weitsprung 70 und zum Sperrwurf 50 Athleten.
   - 20 Athleten machen sowohl Speerwurf als auch Weitsprung, jedoch keinen Hürdenlauf.
   - 5 Athleten machen sowohl Speerwurf als auch Hürdenlauf, jedoch keinen Weitsprung.
   - 20 Athleten machen sowohl Weitsprung als auch Hürdenlauf, jedoch keinen Speerwurf.
   - 15 Athleten machen ausschließlich Speerwurf

   (a) Stellen Sie die Situation in einem Venn-Diagramm dar und berechnen Sie die Anzahl der Athleten, welche
      i. in allen drei Disziplinen antreten,
      ii. ausschließlich im Weitsprung antreten,
      iii. ausschließlich beim Hürdenlauf antreten,
      iv. insgesamt am Sportfest teilnehmen.

   (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß ein zufällig ausgewählter Athlet
      i. genau eine Sportart ausübt,
      ii. mindestens in zwei Sportarten antritt.

5. Ein gefälschter Würfel zeigt die Augenzahlen 1 bis 6 mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten an. Aufgrund einer Versuchsreihe kennt man folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$\mathbb{P}(\{4,5,6\}) = \frac{2}{3},\ \mathbb{P}(\{2,3,4\}) = \mathbb{P}(\{1,6\}) = \frac{5}{12},\ \mathbb{P}(\{1,2\}) = \frac{1}{6},\ \mathbb{P}(\{1\}) = \frac{1}{12},$$

   Berechnen Sie für jede Augenzahl k die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(\{k\})$.

6. Ein Kartenspiel besteht aus $n = 32$ verschiedenen Karten. Davon sind 4 Karten Asse. Lösen Sie die nachfolgenden Aufgaben durch Betrachten des Quotienten "# günstige Ausgänge / # aller Möglichkeiten".

   (a) Es werden 4 Karten nacheinander *ohne* Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die ersten beiden Karten jeweils Asse sind *und* die dritte und vierte Karte jeweils kein As ist?

   (b) Es werden nun 4 Karten nacheinander *mit* Zurücklegen gezogen. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, daß die ersten beiden Karten jeweils Asse sind *und* die dritte und vierte Karte jeweils kein As ist?

7. Es sollen 10 Bücher auf 2 Stapel verteilt werden. Jeder Stapel soll mindestens ein Buch haben. Wie viele Möglichkeiten für diese Bücherstapel gibt es, wenn

   (a) die Bücher und Stapel jeweils unterscheidbar sind,

(b) weder die Bücher noch die Stapel unterscheidbar sind,

(c) die Bücher unterscheidbar sind, aber die Stapel nicht unterscheidbar sind,

(d) die Bücher nicht unterscheidbar sind, aber die Stapel unterscheidbar sind.

8. Es sollen 35 nicht unterscheidbare Pakete auf 4 unterscheidbare LKW's verteilt werden. Wie viele Beladungsmöglichkeiten gibt es?

9. Zur Fußball-WM nehmen 32 Nationalmannschaften teil, welche in 8 Vorrundengruppen zu je 4 Teams gelost werden. Dabei werden nach der aktuellen Weltrangliste die besten 8 Teams in Topf A gesetzt, die nächstbesten 8 Teams in Topf B, die nächsten 8 Teams in Topf C und die restlichen Teams in Topf D. In jede der Vorrundengruppen wird je ein Team aus eine der Töpfen A bis D gelost. Deutschland befindet sich in Topf A, das sensationell qualifizierte Österreich in Topf B. Mit welcher Wahrscheinlichkeit treffen Österreich und Deutschland in der Vorrunde aufeinander?