



27. November 2012

40. Man betrachte ein Zufallsexperiment, welches mit Wahrscheinlichkeit $p \in (0, 1)$ zu einem Erfolg führt und mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ zu einem Mißerfolg. Das Experiment werde so oft wiederholt, bis das erste Mal ein Erfolg eintritt. Sei X die Anzahl der Fehlversuche und Y die Anzahl der notwendigen Versuche bis zum ersten Erfolg (inkl. des erfolgreichen Versuchs gezählt). Man berechne $\text{Var}(X)$ sowie $\text{Var}(Y)$.

Hinweis: Man verwende folgende Gleichungen für $x \in (0, 1)$:

$$\left(\frac{1}{1-x}\right)'' = \left(\sum_{k=0}^{\infty} x^k\right)'' = \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1)x^{k-2}.$$

41. Man werfe einen Würfel so lange, bis das erste Mal eine 6 gewürfelt wird. Der Einsatz für ein Spiel betrage 5 Euro. Man erhält eine Auszahlung von k Euro, wenn beim k -ten Versuch das erste Mal eine 6 gewürfelt werde. Sei X der Netto-Gewinn(bzw. Verlust) nach diesem Spiel. Man berechne den erwarteten Gewinn, dessen Varianz und Standardabweichung.
42. Fußballschiedsrichter Hugo Pfeife zeigt durchschnittlich 3 gelbe Karten in einem Fußballspiel. Die zufällige Anzahl der gelben Karten in einem Spiel sei POISSON-verteilt.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Hugo mehr als 4 gelbe Karten in einem Spiel zeigt?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Hugo in 4 Spielen insgesamt mindestens 5 gelbe Karten zeigt?
 - Hugo pfeift in einer Saison 34 Spiele. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er in mindestens zwei Spielen keine gelbe Karte zeigt?
 - Wie viele Spiele muss man warten, bis mit 95% Wahrscheinlichkeit mindestens ein Spiel dabei ist, in welchem er mindestens 2 gelbe Karten zeigt?
43. Sei Y eine Poisson-verteilte Zufallsvariable mit Parameter $\lambda > 0$. Zeigen Sie:

$$\text{Var}(Y) = \lambda.$$

44. Ein Autofahrer fährt desöfteren zu schnell auf der Autobahn. Aufgrund langjähriger Erfahrung weiß er, daß er im Mittel einmal pro 200km geblitzt wird. Man berechne unter der Annahme, daß die Anzahl der festgestellten Geschwindigkeitsübertretungen des Autofahrers pro 200km POISSON-verteilt ist:
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Autofahrer auf einer Strecke von 200km nicht geblitzt wird?
 - Der Autofahrer fährt an jedem Tag jeweils eine Strecke von 200km. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Autofahrer innerhalb 3 Tagen mindestens zweimal geblitzt wird?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Autofahrer auf einer Strecke von 100km mindestens einmal geblitzt wird?

45. Ein Paketdienst liefert in der Regel jedes vierte Paket verspätet aus. Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Zustellung von 15 Paketen maximal zwei Pakete verspätet zugestellt werden mittels

- (a) exakter Berechnung,
- (b) Approximation durch die Poisson-Verteilung.

Bewerten Sie die Ergebnisse!