

1. Übungsblatt (8. Oktober 2019)

Beispiel 1

(2 Punkte)

Bei einem Computerspiel sollen Gegner zufällig in der Ebene laufen, wobei jede Bewegung als ein Schritt in eine zufällige Himmelsrichtung (Norden, Osten, Süden, Westen) bestimmt wird.

- (a) Finden Sie einen geeigneten Ereignisraum für eine einzelne Bewegung und geben Sie die Elementarereignisse an.
- (b) Wie lässt sich dieses Zufallsexperiment mit mehreren Münzwürfen simulieren und wie viele Münzwürfe braucht es dafür? Geben Sie auch den Ereignisraum der Münzwürfe an.

Beispiel 2

(je 2 Punkte für a + b, c + d und e + f)

Beim Pen-&-Paper-Rollenspiel Dungeons & Dragons (D&D) werden neben den üblichen sechseckigen Würfeln auch vier-, acht-, zehn-, zwölf- und zwanzigseitige Würfel verwendet. Sei $i \in \{4, 6, 8, 10, 12, 20\}$ und bezeichne Ω_i den Ereignisraum für den Wurf eines i -seitigen Würfels.

- (a) Bestimmen Sie die Zustandsräume Ω_i für alle $i \in \{4, 6, 8, 10, 12, 20\}$.
- (b) Geben Sie alle Ereignisse für den Wurf eines vierseitigen Würfels an.
- (c) Ermitteln Sie für alle $i \in \{4, 6, 8, 10, 12, 20\}$ die Ereignisse

$$A_i = \{\text{die geworfene Zahl ist gerade}\} \text{ und}$$

$$B_i = \{\text{die geworfene Zahl ist größer als } i/2\}$$

als Teilmengen von Ω_i .

- (d) Geben Sie die Mengen $A_i \cup B_i$, $A_i \cap B_i$, A_i^c und $B_i \setminus A_i$ für $i = 8$ und $i = 20$ als Teilmengen von Ω_i an.
- (e) Wie können Sie die Würfel verwenden, um $\Omega = \{1, 2, \dots, 100\}$ als Ereignisraum zu erhalten?
- (f) Bei D&D wird für einen Angriff mit der Streitaxt ein zwanzigseitiger Würfel gewürfelt. Ist das Wurfresultat höher oder gleich der Rüstungsklasse des Gegners, trifft der Angriff und es wird zusätzlich ein zwölfseitiger Würfel gewürfelt, um den Schaden zu bestimmen. Finden Sie für eine Rüstungsklasse von $r = 13$ einen geeigneten Ereignisraum und geben Sie die Elementarereignisse an.

Hinweis: Bei (a) und (c) können Sie alle Ergebnisse in Abhängigkeit von i angeben.

Beispiel 3

(je 2 Punkte für a und b + c)

Ein Meteoroid wird auf die Erde treffen, allerdings kann die Einschlagsposition nicht genau bestimmt werden, sondern nur auf einen Kreis mit Radius von zwei Kilometern. Der Kreismittelpunkt liegt am (in Fließrichtung) rechten (d.h. westlichen) Rand eines ein Kilometer breiten Flusses, der von Norden nach Süden fließt, genau auf der Grenze zwischen Deutschland und Österreich. Die obere Hälfte des Kreises gehört zu Deutschland und die untere Hälfte zu Österreich. Westlich des Flusses befindet sich ein Getreidefeld und das Ostufer ist von Wald bedeckt.

- (a) Stellen Sie das Problem grafisch dar und bestimmen Sie die Ereignisse

$$A = \{\text{Meteoroid schlägt in Deutschland ein}\},$$

$$B = \{\text{Meteoroid schlägt in Österreich ein}\},$$

$$C = \{\text{Meteoroid schlägt auf der Grenze ein}\},$$

$$D = \{\text{Meteoroid schlägt im Getreidefeld ein}\},$$

$$E = \{\text{Meteoroid schlägt im Fluss ein}\},$$

$$F = \{\text{Meteoroid schlägt im Wald ein}\}$$

als Teilmengen des Ereignisraums $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$. Beachten Sie, dass die Grenzen jeweils zu beiden angrenzenden Gebieten gehören. Wie ändern sich die Ereignisse, wenn man Grenzen ausschließt?

- (b) Bestimmen Sie mithilfe der Ereignisse A bis F , das Ereignis, dass der Meteoroid
- im Fluss einschlägt.
 - im österreichischen Wald einschlägt.
 - nicht im Getreidefeld einschlägt.
 - im deutschen Getreidefeld oder im österreichischen Wald einschlägt.
- (c) Beschreiben Sie die Mengen $A \cup B$, $C \cap D$, B^c , $A \setminus F$.